



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
74<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 18 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2014

Γ' τάξη Γυμνασίου

**Πρόβλημα 1**

Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \left( \frac{x^3}{y^3} + \frac{1}{3} \right) : \left( \frac{x}{y} \right)^3, \quad B = \frac{243x^2 + 81y^2}{y} \quad \text{και} \quad \Gamma = x^{-1} + y^{-1}, \quad \text{όταν} \quad x = 3^{-3}, \quad y = 3^{-4}.$$

**Πρόβλημα 2**

Δίνονται τα πολυώνυμα  $P(x) = 16x^6 - 16x^4 - x^2 + 1$  και  $Q(x) = 4x^4 - 5x^2 + 1$ .

(α) Να γράψετε τα πολυώνυμα  $P(x)$  και  $Q(x)$  ως γινόμενα πολυωνύμων πρώτου ή το πολύ δευτέρου βαθμού.

(β) Να λύσετε την εξίσωση  $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{5}{2}(x^2 + 1)$ .

**Πρόβλημα 3**

Δύο θετικοί ακέραιοι  $x, y$  με  $x > y$ , έχουν άθροισμα 2014. Η διαίρεση του μεγαλύτερου με τον μικρότερο δίνει πηλίκο  $\omega$  και υπόλοιπο 97. Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές των  $x, y$  και  $\omega$ .

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και  $\hat{A} = 30^\circ$ . Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο  $A\Gamma\Delta$  με  $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 90^\circ$ . Η μεσοκάθετη της πλευράς  $A\Gamma$  τέμνει την  $A\Gamma$  στο μέσο της  $K$ , την  $AB$  στο σημείο  $\Lambda$  και την προέκταση της πλευράς  $B\Gamma$  στο σημείο  $M$ . Αν είναι  $A\Delta = \alpha$ , να υπολογίσετε συναρτήσει του  $\alpha$ :

(α) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $K\Lambda$ .

(β) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $AM$  και το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$ .

*Κάθε πρόβλημα βαθμολογείται με 5 μονάδες*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες μετά την παράδοση των θεμάτων*

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**