

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
75^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
17 Ιανουαρίου 2015

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-1} = 3.$$

Πρόβλημα 2

Έστω $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ θετικοί ακέραιοι που είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Δίνεται επίσης ότι το άθροισμά τους είναι τέλειος κύβος και το άθροισμα των 5 μεσαίων όρων $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$, είναι τέλειο τετράγωνο. Να βρεθεί η ελάχιστη δυνατή τιμή του όρου α_4 .

Πρόβλημα 3

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $ABCD$ τέτοιο ώστε $AB = BD = CD$ και με τη γωνία $\hat{A} = 75^\circ$. Φέρουμε το ύψος του DE , όπου E σημείο της πλευράς AB . Έστω Z το συμμετρικό της κορυφής A ως προς κέντρο το σημείο E . Έστω επίσης K το συμμετρικό της κορυφής C ως προς κέντρο το σημείο Z και L το συμμετρικό της κορυφής B ως προς κέντρο το σημείο A . Να βρείτε το μέτρο της γωνίας \hat{KDL} .

Πρόβλημα 4

Θεωρούμε το τριώνυμο $f(x) = 4x^2 + kx + m$ και υποθέτουμε ότι οι ρίζες του είναι διακεκριμένες και ανήκουν στο διάστημα $(0,1)$. Να αποδειχθεί ότι τουλάχιστον ένας από τους k, m δεν είναι ακέραιος.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!