

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
75^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
17 Ιανουαρίου 2015

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Στις εξετάσεις του Α. Σ. Ε.Π. τα εξεταζόμενα μαθήματα βαθμολογούνται από 0 μέχρι και 100. Ένας υποψήφιος βαθμολογήθηκε σε όλα τα μαθήματα με διαφορετικό βαθμό και ο μέσος όρος των βαθμών του ήταν 50. Αν παραλείψουμε το μικρότερο βαθμό του ο μέσος όρος των υπόλοιπων βαθμών του είναι 56. Αν παραλείψουμε το μεγαλύτερο βαθμό του ο μέσος όρος των υπόλοιπων βαθμών του είναι 40, ενώ, αν παραλείψουμε και το μικρότερο και το μεγαλύτερο βαθμό του ο μέσος όρος των βαθμών που απομένουν είναι 45. Να βρείτε τον αριθμό των μαθημάτων, το μικρότερο και το μεγαλύτερο βαθμό του υποψηφίου.

Πρόβλημα 2

Αν οι θετικοί πραγματικοί αριθμοί a, b ικανοποιούν τη σχέση:

$$\frac{a}{b+a} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} = \frac{3}{2},$$

να αποδειχθεί ότι: $a = b$.

Πρόβλημα 3

Να βρεθεί ο μεγαλύτερος θετικός ακέραιος k με την ακόλουθη ιδιότητα: Ο αριθμός 2018 γράφεται ως άθροισμα k τετραγώνων διαφορετικών ακεραίων.

Πρόβλημα 4

Δίνεται τρίγωνο ABC με $AB < AC < BC$. Στη προέκταση της AB (προς το μέρος του B), θεωρούμε σημείο K και στη συνέχεια θεωρούμε τον κύκλο $c(K, KA)$ (με κέντρο το K και ακτίνα KA). Ο κύκλος (c) τέμνει την ευθεία AB στο σημείο D και την ευθεία AC στο σημείο E . Σε τυχόν σημείο M εσωτερικό της πλευράς AB θεωρούμε κάθετη προς την ευθεία AB , η οποία τέμνει την ευθεία AC στο σημείο N . Αν ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου KME (έστω (c_1)) τέμνει τον κύκλο (c) στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι οι ευθείες MN, DE, AZ περνάνε από το ίδιο σημείο (συντρέχουν).

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!