



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
76<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
16 Ιανουαρίου 2016

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος  $\alpha_1 = (2-x)^2$ ,  $\alpha_2 = 2^2 + x^2, \dots$ , όπου  $x$  πραγματικός αριθμός.

Να προσδιορίσετε:

(α) Το άθροισμα των  $n$  πρώτων όρων της.

(β) Την τιμή του  $n$ , ( $n > 1$ ), για την οποία ο μέσος όρος των  $n$  πρώτων όρων της προόδου ισούται με το τετράγωνο μιας παράστασης του  $x$ , για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$ .

**Πρόβλημα 2**

Να λυθεί στο σύνολο των πραγματικών αριθμών η εξίσωση

$$10x^3 - 6x^2 - 12x - 8 = 0.$$

**Πρόβλημα 3**

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  (με  $AB < A\Gamma < B\Gamma$ ) και τα μέσα  $M, N$  των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$ , αντίστοιχα. Ο κύκλος  $(c_1)$  έχει διάμετρο την  $AM$  και τέμνει τις  $A\Gamma, MN$  στα σημεία  $\Delta, E$  αντίστοιχα. Ο κύκλος  $(c_2)$  έχει διάμετρο την  $\Gamma N$  και τέμνει την  $B\Gamma$  στο σημείο  $\Lambda$ . Η  $E\Lambda$  τέμνει το κύκλο  $(c_1)$  στο σημείο  $Z$ . Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $Z\Delta N\Lambda$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

**Πρόβλημα 4**

Να προσδιορίσετε όλα τα ζεύγη θετικών ακεραίων  $(a, b)$  που είναι τέτοια ώστε ο αριθμός

$$\frac{a}{b} + \frac{17b}{36a}$$
 να είναι ακέραιος.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

*Καλή επιτυχία!*