

Β' Λυκείου 1990-1991

1. Ευθεία ε τέμνει τις πλευρές AB , $A\Gamma$ τριγώνου $AB\Gamma$ στα σημεία Δ , E αντίστοιχα και την προέκταση της $B\Gamma$ στο Z .

Αν $\frac{A\Delta}{\Delta B} = \kappa$ και $\frac{\Gamma E}{EA} = \lambda$, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{Z\Gamma}{ZB}$.

2. Έστω f μια συνάρτηση με τύπο $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+24-10\sqrt{x-1}}$.

Να βρείτε το μέγιστο πεδίο ορισμού της f και τα διαστήματα στα οποία η f είναι σταθερή.

3. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 + 4x^3 - 8x = \alpha$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. Έστω ένα ευθύγραμμο τμήμα που το αριστερό του άκρο το έχουμε συμβολίσει με 0 και το δεξί του με 1 . Χωρίζουμε με σημεία το τμήμα αυτό σε μικρότερα τμήματα και τα συμβολίζουμε με τυχαίο τρόπο με τους αριθμούς 0 και 1 . Καθένα από τα μικρά τμήματα που τα άκρα του έχουν αριθμούς $0, 1$ τα ονομάζουμε "καλά", ενώ αυτά που έχουν αριθμούς $0, 0$ ή $1, 1$ "κακά".

Να δείξετε ότι όπως και να τοποθετήσουμε τους αριθμούς 0 και 1 στα άκρα των μικρών τμημάτων, το πλήθος των καλών τμημάτων είναι περιττό.