

Θαλής Α' Λυκείου 1996-1997

1. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$, όπου $Α$ η ορθή γωνία, έχουμε $ΑΒ=600m$. Πάνω στην πλευρά $ΑΓ$ παίρνουμε σημείο $Δ$ έτσι ώστε $ΑΔ=150m$. Να βρεθεί το μήκος $ΓΔ$ αν είναι $ΑΒ+ΑΔ=ΓΔ+ΒΓ$.

2. Αν $α, β$ και $γ$ τα μήκη πλευρών ενός τριγώνου, να αποδείξετε την ανισότητα:

$$(\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2)^2 \leq 4\beta^2\gamma^2.$$

3. α) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει ακέραιος αριθμός n τέτοιος ώστε ο n^3+3n να είναι περιττός.

β) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν ακέραιοι αριθμοί x και y τέτοιοι ώστε να ισχύει:

$$5x^3 - 4y^2 - 6xy + 15x + 6y - 5 = 0$$

4. Επτά πόλεις $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$ βρίσκονται, με αυτή τη διάταξη, πάνω σε μία ευθεία. Πού πρέπει να κτιστεί ένα εργοστάσιο, ώστε το άθροισμα των αποστάσεων του από τις επτά πόλεις να είναι το ελάχιστο δυνατό;