

Θαλής Γ' Γυμνασίου 1996-1997

1. Έστω  $A = \sqrt{\sqrt{81} + 3\sqrt{8} : \sqrt{2} + 8\sqrt{3}} : \frac{1 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$ .

Να υπολογιστεί η τιμή του  $B = 3(-1)^A + 2(-1)^{A+1}$ .

2. Έστω  $AB\Gamma\Delta$  παραλληλόγραμμο και από την κορυφή  $A$  παίρνουμε μια τυχαία ευθεία που τέμνει την  $\Gamma B$  στο  $E$ . Από το  $\Delta$  φέρνουμε μια ευθεία παράλληλη προς την  $AE$  και επ' αυτής παίρνουμε ένα σημείο  $Z$ .

Να δειχτεί ότι το παραλληλόγραμμο με πλευρές  $AE$  και  $AZ$  έχει εμβαδό ίσο με το εμβαδό του παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$ .

3. Να δειχτεί ότι δεν υπάρχει ακέραιος  $n$  που να ικανοποιεί τη σχέση:

$$n(n-1) + (n-1)(n+1) + n(n+1) + 3n^5 = 3.000.000.$$

4. Η Άννα έχει 48 σπίρτα και τα χώρισε σε 3 σωρούς.

Μετά πήρε τόσα σπίρτα από τον πρώτο σωρό όσα υπήρχαν στον δεύτερο και τα έβαλε στον δεύτερο.

Κατόπιν πήρε τόσα σπίρτα από τον δεύτερο σωρό όσα υπήρχαν στον τρίτο και τα έβαλε στον τρίτο.

Τέλος πήρε τόσα σπίρτα από τον τρίτο σωρό όσα υπήρχαν στον πρώτο και τα έβαλε στον πρώτο.

Τότε παρατήρησε ότι οι τρεις σωροί είχαν ίσο αριθμό σπίρτων.

Πόσα σπίρτα είχε αρχικά ο κάθε σωρός;