

Θαλής Γ' Λυκείου 1998-1999

1. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A\Gamma=B\Gamma$) με περίκεντρο O και έγκεντρο I . Αν Δ είναι ένα σημείο της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε η ΔO να είναι κάθετος επί της $B\Gamma$, να αποδειχθεί ότι $\Gamma\Delta = \Delta I$.

2. Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο, να προσδιοριστεί η μέγιστη τιμή της παράστασης

$$K = \varepsilon\varphi \frac{A}{2} \varepsilon\varphi \frac{B}{2} \varepsilon\varphi \frac{\Gamma}{2} .$$

3. Για ποιούς θετικούς ακεραίους m και n , μεγαλύτερους του 1 ισχύει

$$2^{1999} + 3^{1999} = m^n ;$$

4. Είκοσι κληρονόμοι κάθονται σε ένα στρογγυλό τραπέζι για να μοιράσουν την κληρονομιά τους. Συμφωνούν να τη μοιράσουν με τέτοιο τρόπο ώστε ο καθένας να έχει τόσα χρήματα όσα είναι ο μέσος όρος των δυο διπλανών του.

Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η μοιρασιά;