

1. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $x, y, z$  ισχύει ότι  $xyz = 1$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{1}{y+1-\frac{y}{x+1}} + \frac{1}{z+1-\frac{z}{y+1}} + \frac{1}{x+1-\frac{x}{z+1}}$$

2. Να λυθεί η εξίσωση

$$3(1 + a^2 + a^4)x = (1 + a + a^2)^2x + a^5 + a^4 + a^3 - a^2 - a - 1$$

ως προς  $x$ , θεωρώντας το  $a$  ως παράμετρο.

3. Θεωρούμε ευθύγραμμο τμήμα  $A\Gamma$  και σημείο  $B$  στο εσωτερικό του. Κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $B\Gamma E$  προς το ίδιο μέρος του ευθύγραμμου τμήματος  $A\Gamma$ .

Αν οι  $A\epsilon$  και  $\Gamma\Delta$  τέμνονται στο  $Z$ , να βρείτε τη γωνία  $\hat{AZ\Delta}$ .

4. Να προσδιορίσετε το μεγαλύτερο πραγματικό αριθμό  $M$ , ο οποίος έχει την ιδιότητα: για όλους τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  με  $\alpha + \beta = 1$  ισχύει ότι:

$$\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \geq M$$