Θαλής Β' Λυκείου 2001-2002

1. Ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει πλευρές ΑΒ = α και ΒΓ = β. Θεωρούμε σημεία Ε και Ζ πάνω στις πλευρές ΒΓ και ΓΔ, αντιστοίχως, έτσι ώστε η περίμετρος του τριγώνου ΕΓΖ να είναι ίση προς α + β και η ΑΖ να είναι διχοτόμος της γωνίας ΔΖΕ.

α) Να βρείτε τη σχέση που συνδέει τους α, β.

β) Να βρείτε τη γωνία ΕΑΖ.

2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} > 45^\circ$ και $\hat{B} > 45^\circ$. Στο εσωτερικό του τριγώνου ΑΒΓ κατασκευάζουμε τρίγωνο ΑΒΔ ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{\Delta} = 90^\circ$. Στη συνέχεια, εξωτερικά του τριγώνου ΑΒΓ κατασκευάζουμε ορθογώνια ισοσκελή τρίγωνα ΒΓΕ και ΑΓΖ με $\hat{E} = 90^\circ$ και $\hat{Z} = 90^\circ$.

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

3. Να προσδιορίσετε το μεγαλύτερο θετικό ακέραιο ν που είναι τέτοιος ώστε ο αριθμός

$$\nu^2 + 2004\nu$$

να είναι τέλειο τετράγωνο.

4. Οι μαθητές Χ και Υ παίζουν ένα παιχνίδι ως εξής:

Επιλέγουν εναλλάξ ο ένας μετά τον άλλο έναν από τους αριθμούς 1 και 2. Αρχίζει ο Χ επιλέγοντας τον αριθμό $X_1 \in \{1,2\}$, συνεχίζει ο Υ επιλέγοντας τον αριθμό $Y_1 \in \{1,2\}$ και καταγράφει το άθροισμα $\Sigma_1 = X_1 + Y_1$. Στη συνέχεια ο Χ επιλέγει τον αριθμό $X_2 \in \{1,2\}$ και καταγράφει το άθροισμα $\Sigma_2 = \Sigma_1 + X_2$, ενώ ο Υ συνεχίζοντας επιλέγει τον αριθμό $Y_2 \in \{1,2\}$ και καταγράφει το άθροισμα $\Sigma_3 = \Sigma_2 + Y_2$ κ.ο.κ. Νικητής αναδεικνύεται ο μαθητής που θα καταγράψει σε μια επιλογή του ως άθροισμα τον αριθμό 200.

Να εξηγήσετε γιατί ο μαθητής Χ έχει στρατηγική νίκης.

Ισχύει το ίδιο αν ο νικητής αναδικνύεται όταν το άθροισμα γίνει 300;