

Θαλής Α' Λυκείου 2003-2004

1. Το τετράγωνο ενός αριθμού ισούται με τον αριθμό αυξημένο κατά 72. Επιπλέον, αν από το 60 αφαιρέσουμε το διπλάσιο του αριθμού, λαμβάνουμε αριθμό μικρότερο του 52.

Να βρεθεί ο αριθμός.

2. Αν x, y, a, b είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε $x \neq y, x \neq 2y, y \neq 2x, a \neq \pm 3b$ και $\frac{2x-y}{a+3b} = \frac{2y-x}{a-3b} = \lambda$, να αποδείξετε ότι:

α) $x + y = 2\lambda a$ και $x - y = 2\lambda b$

β) $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \geq 1$

3. Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) οι διαγώνιες τέμνονται στο E . Αν είναι $(ABE) = 72 \text{ m}^2$ και $(\Gamma\Delta E) = 50 \text{ m}^2$, να υπολογίσετε το εμβαδό του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.

4. Να βρεθούν οι ακέραιοι a, β για τους οποίους ισχύει η ισότητα

$$a\beta^2 + 2a\beta + a = 2\beta^2 + 4\beta + 3$$