



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
65^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2004

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma=2AB$ η διχοτόμος $B\Delta$ ισούται με το ευθύγραμμο τμήμα $\Delta\Gamma$.
Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 5

2. (α) Αν για τους ακέραιους a, b αληθεύει η ισότητα

$$a + a^2 + a^4 = b + b^2 + b^4,$$

τότε να αποδείξετε ότι $a = b$.

Μονάδες 3

- (β) Αφού επαληθεύσετε ότι η εξίσωση $x + x^2 + x^4 = 22$ έχει ως λύση τον ακέραιο αριθμό 2, να αποδείξετε ότι η εξίσωση δεν μπορεί να έχει άλλη ακέραια λύση.

Μονάδες 2

3. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$, το ύψος του $A\Delta$ και την εξωτερική διχοτόμο της γωνίας A η οποία τέμνει την προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ στο E . Φέρουμε τη BZ κάθετη προς την AE και την EH κάθετη προς την AG .

- (α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Z και H είναι συνευθειακά.

Μονάδες 2

- (β) Αν είναι $\hat{B} = \hat{\Gamma} + 30^\circ$, να βρείτε τη γωνία $\widehat{AH\Delta}$.

Μονάδες 3

4. Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι x, y για τους οποίους ο αριθμός

$$A = x^2 + y^2 + 1 - 2xy + x - y$$

είναι τέλειο τετράγωνο και επιπλέον ισχύει $x^2 + y^2 < 12$.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ