

1. Αν α και β είναι πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε να ισχύει

$$(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1})(\beta + \sqrt{\beta^2 + 1}) = 1,$$

να αποδειχθεί ότι $\alpha + \beta = 0$.

2. Έστω ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Ονομάζουμε M το μέσο της $B\Gamma$ και Δ το σημείο τομής της πλευράς $A\Gamma$ με την κάθετη από το σημείο M στην πλευρά AB . Έστω E το σημείο τομής της $B\Delta$ με την AM .

Ποιο από τα ευθύγραμμα τμήματα AE και $A\Delta$ είναι μεγαλύτερο;

3. Έστω $AB\Gamma\Delta$ τετράπλευρο εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου O το οποίο είναι εσωτερικό σημείο του τετραπλεύρου και K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα.

Να αποδειχθεί ότι οι διχοτόμοι των γωνιών KOM

4. Να αποδειχθεί ότι αν η ευθεία που ενώνει τα μέσα των δυο απέναντι πλευρών ενός κυρτού τετραπλεύρου διαιρεί το τετράπλευρο σε δυο ισεμβαδικά τετράπλευρα, τότε το τετράπλευρο είναι τραπέζιο.