



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
67^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 9 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2006

Α΄ τάξη Λυκείου

1. Η Α΄ τάξη ενός Λυκείου έχει 5 τμήματα που το καθένα έχει τουλάχιστον 20 μαθητές. Σε καθένα από τους μαθητές των τμημάτων αυτών δίνουμε 10 €. Έτσι δώσαμε 1090€. Να αποδείξετε ότι δύο τουλάχιστον από τα τμήματα αυτά έχουν τον ίδιο αριθμό μαθητών.

2. Να λυθεί η εξίσωση $\lambda(\lambda x + 3) = \lambda^3 + 2\lambda x - 2$ για τις διαφορές πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ .

3. Αν α, β, γ πραγματικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός να αποδείξετε ότι:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\alpha} \right)^2 \geq 3 \left(\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right)$$

4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} > \hat{B}$ οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{A} , \hat{B} τέμνονται στο Ι. Στην πλευρά ΑΒ παίρνουμε τμήμα ΒΔ = ΒΓ – ΑΓ. Να αποδείξετε ότι : ΙΔ = ΙΑ.