



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
72<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
19 Νοεμβρίου 2011

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις του συστήματος:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-10)(x^2-7x+10)=0 \\ \frac{x^2+1}{2} + \frac{2x-1}{5} < \frac{x(x+1)}{2} \end{array} \right\}.$$

**Πρόβλημα 2**

Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A(x) = \frac{1+x^4+(1+x)^3+x(1+x)^3}{1+x^2+(1+x)^2} - \frac{2(1+x^3)+(1+x)^3}{3(x^2+1)}$$

**Πρόβλημα 3**

(α) Αν  $\kappa$  ακέραιος, να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\kappa x}{2} + \frac{x}{4} = \kappa(x+2) - \frac{3(\kappa x-1)}{4}.$$

(β) Για ποιες τιμές του ακέραιου  $\kappa$  η παραπάνω εξίσωση έχει ακέραιες λύσεις;

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ). Κύκλος με κέντρο την κορυφή  $A$  και ακτίνα  $\rho < AB$  τέμνει τις πλευρές  $AB$  και  $AG$  στα σημεία  $E$  και  $\Delta$ , αντίστοιχα. Οι ευθείες  $B\Delta$ ,  $\Gamma E$  τέμνουν για δεύτερη φορά το κύκλο στα σημεία  $K$ ,  $N$  αντίστοιχα. Αν  $T$  είναι το σημείο τομής των  $B\Delta$ ,  $\Gamma E$  και  $S$  το σημείο τομής των  $\Delta N$ ,  $E K$ , να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A$ ,  $S$  και  $T$  βρίσκονται επάνω στην ίδια ευθεία.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!