



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
73<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
20 Οκτωβρίου 2012

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να βρεθούν οι ακέραιοι  $x$  που είναι ρίζες της εξίσωσης  $x(x-2) = 24$  και το τετράγωνό τους δεν είναι μεγαλύτερο του 25.

**Πρόβλημα 2**

Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$K(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^3 + \beta^3 - \alpha^2 + \beta^2 + (\alpha\beta + \beta^2)(\alpha - 2\beta)}{(\alpha + \beta)^2 - \alpha - \beta},$$

αν  $\alpha + \beta \neq 0$  και  $\alpha + \beta \neq 1$ .

**Πρόβλημα 3**

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 - 1 = 0.$$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο ρίζες μεγαλύτερες του -5 και μικρότερες του 2 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι ίσο με 20.

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $B\Gamma = \alpha$  και  $AB = A\Gamma = 2\alpha$ . Η παράλληλη ευθεία από την κορυφή  $\Gamma$  προς την πλευρά  $AB$  τέμνει την ευθεία της διχοτόμου  $B\Delta$  στο σημείο  $E$ . Η ευθεία  $AE$  τέμνει την ευθεία  $B\Gamma$  στο σημείο  $Z$ . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $ABZ$  είναι ισοσκελές.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

*Καλή επιτυχία!*