



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
75<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
1 Νοεμβρίου 2014

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Δίνεται η παραβολή με εξίσωση  $y = x^2 - (3\alpha - 5)x + 186$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Να προσδιορίσετε τις τιμές του  $\alpha$  για τις οποίες η παραβολή τέμνει τον άξονα των  $x$  σε δύο σημεία διαφορετικά μεταξύ τους με ακέραιες συντεταγμένες.

**Πρόβλημα 2**

Να λυθεί στους πραγματικούς αριθμούς το σύστημα :

$$\begin{cases} x^4 + x^2 y^2 + y^4 = 91 \\ x^2 + xy + y^2 = 13 \end{cases}$$

**Πρόβλημα 3**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  (με  $AB < A\Gamma < B\Gamma$  εγγεγραμμένο σε κύκλο  $C(O, R)$ ). Η διχοτόμος  $B\Delta$  τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο  $C(O, R)$ , στο σημείο  $Z$ . Έστω  $E$  τυχόν σημείο του τμήματος  $\Delta\Gamma$ . Η ευθεία  $BE$  τέμνει τον κύκλο  $C(O, R)$  στο σημείο  $H$ . Οι ευθείες  $A\Gamma$  και  $ZH$  τέμνονται στο σημείο  $\Theta$ . Επίσης, η ευθεία  $ZE$  τέμνει τον κύκλο  $C(O, R)$  στο σημείο  $K$ . Να αποδείξετε ότι τα τετράπλευρα  $B\Delta H\Theta$ ,  $B\Delta EK$  και  $\Delta Z\Theta K$  είναι εγγράψιμα.

**Πρόβλημα 4**

Να βρείτε όλους τους φυσικούς αριθμούς  $n$ , που έχουν ακριβώς τέσσερις θετικούς διαιρέτες

$d_1 < d_2 < d_3 < d_4$  και ικανοποιούν τη σχέση:

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 640.$$

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

*Καλή επιτυχία!*