



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
76<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
14 Νοεμβρίου 2015

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να λύσετε την ανίσωση:  $2x + (x+1)(x-1) < x^2 + x - 2 + \lambda$ , όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Στη συνέχεια να λύσετε την ανίσωση

$$\frac{2x-1}{4} - \frac{3}{8} > \frac{x-1}{4}$$

και να προσδιορίσετε τις τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες υπάρχουν τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  για τις οποίες οι δύο ανισώσεις συναληθεύουν.

**Πρόβλημα 2**

Να λυθεί το σύστημα 
$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - 1 = 6(x-3)(y+2) \\ \frac{3}{x-3} - \frac{4}{y+2} = 11 \end{array} \right.$$

**Πρόβλημα 3**

Να βρεθούν οι ακέραιοι  $x, y$  που είναι λύσεις της εξίσωσης

$$x + y + x^2 + y^2 = p,$$

όπου  $p$  πρώτος θετικός ακέραιος.

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και  $\hat{A} = 30^\circ$ . Έστω  $\Delta, Z$  τα μέσα των  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Κατασκευάζουμε (εξωτερικά του τριγώνου) ισόπλευρο τρίγωνο  $B\Delta E$  και τετράγωνο  $AZH\Theta$ . Η μεσοκάθετη του  $B\Delta$ , τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $T$ . Να αποδείξετε ότι:

(α) το τρίγωνο  $AET$  είναι ισόπλευρο.

(β) τα τρίγωνα  $ATB$  και  $\Delta\Theta T$  είναι ίσα.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*