



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
12 Νοεμβρίου 2016

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρείτε όλες τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$(x^2 + x + 1)(x - 1) + 5x \leq x^3 + x + 19. \quad (1)$$

$$\frac{2x - 1}{3} - \frac{23}{9} > \frac{4x - 21}{9} \quad (2)$$

Πρόβλημα 2

Να βρεθεί θετικός ακέραιος $A = \overline{\alpha_n \alpha_{n-1} \dots \alpha_1 \alpha_0} = \alpha_n \cdot 10^n + \alpha_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + \alpha_1 \cdot 10 + \alpha_0$, $n \geq 2$, ο οποίος έχει άθροισμα ψηφίων ίσο με 8, έχει γινόμενο ψηφίων ίσο με 8 και διαιρείται με το 8.

Πρόβλημα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Στο ύψος AM θεωρούμε σημείο K τέτοιο ώστε $MB = M\Gamma = MK$. Με βάση την AK κατασκευάζουμε τετράγωνο $AKEZ$ (στο ημιεπίπεδο με ακμή την AM , που περιέχει το B) και ισόπλευρο τρίγωνο $AK\Delta$ (στο ημιεπίπεδο με ακμή την AM , που περιέχει το Γ). Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα ΔE και ΓZ , τέμνονται πάνω στην AB .

Πρόβλημα 4

Να βρείτε έναν θετικό ακέραιο k , ο οποίος όταν προστεθεί στο γινόμενο

$$A = 2017 \cdot 2016 \cdot 2015 \cdot 2013 \cdot 2012 \cdot 2011,$$

να μας δώσει άθροισμα ίσο με το τετράγωνο ενός ακεραίου.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες