



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
12 Νοεμβρίου 2016

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να προσδιορίσετε την τιμή του ακέραιου αριθμού α για την οποία ο ακέραιος

$$A = (\alpha^2 + 18)^2 - (8\alpha + 1)^2$$

είναι πρώτος.

Πρόβλημα 2

Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και σημείο Δ στη διάμεσό του AM τέτοιο, ώστε $MB = M\Gamma = M\Delta$. Με βάση την $A\Delta$ κατασκευάζουμε τετράγωνο $A\Delta E Z$ (στο ημιεπίπεδο με ακμή την AM , που περιέχει το Γ). Αν K είναι το σημείο τομής των AE και ΓZ , να αποδείξετε ότι η MK είναι παράλληλη στην ΔZ .

Πρόβλημα 3

Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό πραγματικό αριθμό α ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{(2\alpha + 1)(2\alpha + 3)(2\alpha + 5)(2\alpha + 7)}{\alpha(\alpha + 1)(\alpha + 2)(\alpha + 3)} > 16\sqrt{\frac{\alpha + 4}{\alpha}}.$$

Πρόβλημα 4

Να βρεθούν οι μη-αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί x, y, z, w που ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις:

$$\left\{ x + \frac{1}{x} - w = 2, \quad y + \frac{1}{y} - w = 2, \quad z + \frac{1}{z} + w = 2, \quad y + \frac{1}{z} + w = 2 \right\}$$

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες