



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
 77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
 12 Νοεμβρίου 2016

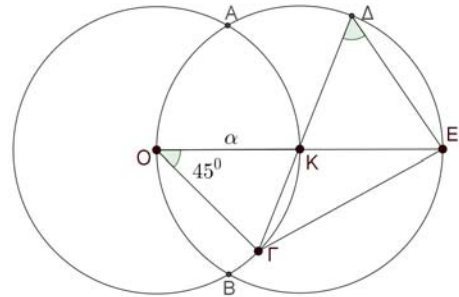
Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1. Αν $\alpha = \frac{12^v}{3^v} : 2^{2v-1}$ και $\beta = 10^{2v+1} : 100^v$, να βρείτε την αριθμητική

τιμή της παράστασης: $A = \frac{(\alpha^3 - \beta)^3 + \alpha^2\beta - 2\beta + 2\alpha^2}{\alpha^2 + \alpha\beta - 10\alpha}$.

Πρόβλημα 2.

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα $OK = a$ και δύο κύκλοι ακτίνας a που έχουν κέντρα στα σημεία O και K , οι οποίοι τέμνονται στα σημεία A και B . Το σημείο Γ ανήκει στο τόξο KB και η ευθεία GK τέμνει τον κύκλο C_2 κέντρου K και ακτίνας a στο σημείο Δ . Η ευθεία OK τέμνει τον κύκλο C_2 κέντρου K και ακτίνας a στο σημείο E . Αν είναι $\hat{K}\hat{O}\hat{\Gamma} = 45^\circ$, να βρείτε :



- (α) πόσες μοίρες είναι η γωνία $\hat{K}\hat{\Delta}\hat{E}$, και
 (β) το εμβαδόν του τριγώνου $O\Gamma E$ συναρτήσει του a .

Πρόβλημα 3

Ο Γιώργος και οι φίλοι του έχουν 450 καραμέλες τις οποίες μοίρασαν μεταξύ τους σε ίσα μερίδια και ο καθένας πήρε ακέραιο αριθμό καραμέλες. Όμως τρεις από τους φίλους του Γιώργου του επέστρεψαν το 20% του μεριδίου τους. Έτσι ο Γιώργος πήρε συνολικά περισσότερες από 120 καραμέλες. Να βρείτε πόσοι ήταν συνολικά ο Γιώργος και οι φίλοι του και πόσες καραμέλες πήρε ο Γιώργος.

Πρόβλημα 4

Δίνονται οι αριθμοί

$$A = \overline{3a5b} = 3 \cdot 10^3 + a \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + b \quad \text{και} \quad B = \overline{5c3d} = 5 \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + d.$$

(α) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ψηφία a, b, c, d , ισχύει ότι: $\frac{A}{36} < \frac{B}{45}$.

(β) Αν ανάμεσα στα κλάσματα $\frac{A}{36}, \frac{B}{45}$ υπάρχουν ακριβώς δύο ακέραιοι, να

βρεθούν οι δυνατές τιμές των ψηφίων a, b, c, d .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
 Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες