



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
78<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
11 Νοεμβρίου 2017

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Αν ο αριθμός  $\rho$  είναι λύση της εξίσωσης  $x^3 - x - 1 = 0$ , να αποδείξετε ότι ο  $\rho$  είναι λύση και της εξίσωσης

$$x^{10} - 4x^2 - 5x - 3 = 0 .$$

**Πρόβλημα 2**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) με  $\hat{A} = 45^\circ$ . Ο κύκλος  $C_\Gamma$  ( $\Gamma, \Gamma A$ ) (που έχει κέντρο το  $\Gamma$  και ακτίνα  $\Gamma A$ ) τέμνει την προέκταση της  $AB$  στο σημείο  $\Delta$ . Ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου  $B\Gamma\Delta$  (έστω  $C_{B\Gamma\Delta}$ ) τέμνει τον  $C_\Gamma$  στο σημείο  $E$ . Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $B\Gamma E\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο του οποίου οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα.

**Πρόβλημα 3**

Να αποδείξετε ότι, για κάθε  $n \geq 2$ , ο αριθμός

$$A = \frac{n^7 + n^6 + n^5 + 1}{n^2 + 1}$$

είναι σύνθετος.

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο στο οποίο η αριθμητική τιμή του εμβαδού του ισούται με την αριθμητική τιμή της περιμέτρου του. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή του μήκους της διαγωνίου του;

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*