

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
78^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
11 Νοεμβρίου 2017

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Για τη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ υπάρχει $a \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε

$$f(a) = 0 \text{ και } f(f(x)) = xf(x) + a, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Βρείτε όλες τις δυνατές τιμές του a και μία μη μηδενική συνάρτηση που ικανοποιεί τα δεδομένα του προβλήματος.

Πρόβλημα 2

Στο σύνολο των πραγματικών αριθμών να προσδιορίσετε τις ρίζες της εξίσωσης:

$$x^7 + x^6 + x^5 + 1 = 0 .$$

Πρόβλημα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) με $\hat{A} = 36^\circ$. Ο κύκλος C_1 ($\Gamma, \Gamma A$) (που έχει κέντρο το Γ και ακτίνα ΓA) τέμνει την προέκταση της AB στο σημείο Δ . Ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $B\Gamma\Delta$ (έστω C_2) τέμνει τον C_1 στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι η AE είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{A} και ότι η $\Delta\Gamma$ εφάπτεται στον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου $AB\Gamma$.

Πρόβλημα 4

Να συγκρίνετε τους αριθμούς: $9^{8^{8^9}}$, $8^{9^{9^8}}$.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες