



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
79<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
10 Νοεμβρίου 2018

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να προσδιορίσετε τους ακέραιους  $x$  που ικανοποιούν συγχρόνως την εξίσωση

$$(x-1)(x^2-7x+10)=0$$

και την ανίσωση

$$\frac{x(x-1)}{2}-2 < \frac{x(x-5)}{2}+6.$$

**Πρόβλημα 2**

Αν οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι τέτοιοι ώστε  $\frac{5\alpha^2\beta^2}{\alpha^4-36\beta^4}=1$ , να βρείτε τις

δυνατές τιμές της παράστασης

$$K = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}.$$

**Πρόβλημα 3**

Να συγκριθούν οι αριθμοί

$$A = \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{99}$$

και

$$B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{95} + \frac{1}{97} + \frac{1}{98} + \frac{1}{100}$$

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) με  $\widehat{A} = 30^\circ$ . Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο  $B\Gamma\Delta$  και τετράγωνο  $A\Gamma E Z$ . Αν το σημείο  $M$  είναι το μέσο της  $A\Delta$  και το σημείο  $K$  είναι το συμμετρικό της κορυφής  $B$  ως προς το σημείο  $M$ , να αποδείξετε ότι:

(α) Το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισόπλευρο.

(β) Οι ευθείες  $AK$ ,  $EM$  και  $\Delta\Gamma$  περνάνε από το ίδιο σημείο.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*