



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
79^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
10 Νοεμβρίου 2018

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να προσδιορίσετε τις λύσεις της εξίσωσης

$$x^4 - x^3 - 18x^2 + 3x + 9 = 0 ,$$

στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

Πρόβλημα 2

Αν ο πενταψήφιος ακέραιος $A = \overline{\alpha_4\alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0} = \alpha_4 \cdot 10^4 + \alpha_3 \cdot 10^3 + \alpha_2 \cdot 10^2 + \alpha_1 \cdot 10 + \alpha_0$ έχει ψηφία τέτοια ώστε $\alpha_0 > \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4 > 0$, να προσδιορίσετε το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού $9 \cdot A$.

Πρόβλημα 3

Αν οι αριθμοί x, y, z είναι θετικοί ακέραιοι, να λύσετε το σύστημα:

$$x + 2y^2 = 3z^3$$

$$y + 2z^2 = 3x^3$$

$$z + 2x^2 = 3y^3$$

Πρόβλημα 4

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ (με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $AB < \Gamma\Delta$) εγγεγραμμένο σε κύκλο $c(O, R)$. Η εφαπτομένη στο B του κύκλου (c) τέμνει την ευθεία $\Delta\Gamma$ στο σημείο E . Έστω M είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$.

Να αποδείξετε ότι:

(α) Η ευθεία AD είναι εφαπτομένη του περιγεγραμμένου κύκλου, έστω (c_1), του τριγώνου ΔBE .

(β) Το σημείο M ανήκει στον περιγεγραμμένο κύκλο, έστω (c_2), του τριγώνου $OB\Gamma$.

(γ) Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των τριγώνων ΔBE και $OB\Gamma$ έχουν κοινή εφαπτομένη στο σημείο B .

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες