

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό.

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό

Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες

Θέμα 1^ο

A. Να γράψετε στο γραπτό σας τους αριθμούς των προτάσεων και δίπλα το χαρακτηρισμό τους σαν «Σωστή» ή «Λάθος»:

- i. Έστω Δ ένα διάστημα του πεδίου ορισμού μιας συνάρτησης f . Αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ και $f(x_1) < f(x_2)$, τότε η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .
- ii. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης, έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.
- iii. Η γραφική παράσταση της εκθετικής συνάρτησης $f(x) = a^x$ με $0 < a < 1$ έχει ασύμπτωτη τον θετικό ημιάξονα Ox .
- iv. Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν το ίδιο ημίτονο και αντίθετους τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς.
- v. Ισχύει ότι $\log_{0,1} > 0$

Μονάδες 10

B. Να αποδείξετε ότι $\log_a \theta^k = k \log_a \theta$, όπου $a > 0$, $a \neq 1$, $\theta > 0$ και k πραγματικός αριθμός

Μονάδες 15

Θέμα 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\nu\nu(13\pi + x) - 2\eta\mu(\frac{\pi}{2} - x)$

α) Να δείξετε ότι $\sigma\nu\nu(13\pi + x) = -\sigma\nu\nu x$.

Μονάδες 5

β) Να δείξετε ότι $f(x) = -4\sigma\nu\nu x$.

Μονάδες 8

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$.

Μονάδες 12

Θέμα 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 - \kappa x + \lambda$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$

A. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντες τα πολυώνυμα $x-2$ και $x+1$ να βρεθούν οι

αριθμοί κ, λ

Μονάδες 10

B. Αν $\kappa = 5$ και $\lambda = -2$ να βρεθούν:

i) Το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-2$.

Μονάδες 5

ii) Να λυθεί η ανίσωση $\frac{P(x)}{x-3} \leq 0$

Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x \ln x}$ και $g(x) = \sqrt{\ln x}$.

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού τους.

Μονάδες 4

β) Να αιτιολογήσετε γιατί η γραφική παράσταση της f είναι από τη γραφική παράσταση της g και πάνω.

Μονάδες 5

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της f .

γ) i. Να βρείτε τη μονοτονία της.

Μονάδες 4

ii. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{5}{3}\right)$ και $f\left(\frac{7}{5}\right)$.

Μονάδες

5

δ) Να σχεδιάσετε την ευθεία $y = 1 - x$ και να βρείτε γραφικά τη λύση της εξίσωσης $f(x) = 1 - x$.

Μονάδες 7

