ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. *i.* Έστω f(x) μια παραγωγίσιμη συνάρτηση στο $\mathbb{R}$ και ο αριθμός $c \in \mathbb{R}$
Να αποδείξετε ότι: $[c \cdot f(x)]' = c \cdot f'(x),\ x \in \mathbb{R}$

(μονάδες 5).

ii. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τους παρακάτω κανόνες παραγώγισης:

α) $[f(x) + g(x)]' =$ ....

β) $[f(x) \cdot g(x)]' =$ ....

γ) $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' =$ .... *(μονάδες 3).*

iii. Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας με Σ *(σωστό)* ή Λ *(λανθασμένο)* τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν η παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ συνάρτηση f, παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο x_0, τότε $f'(x_0)=0$.

β) Αν $f'(x_0)=0$, τότε η συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο x_0. *(μονάδες 2).*

Β. Έστω δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ο οποίος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα.

i. Αν τα Α, Β είναι ασυμβίβαστα, να αποδείξετε ότι:
$P(A \cup B)=P(A) + P(B)$ *(μονάδες 5).*

ii. Αν $A \subseteq B$, να αποδείξετε ότι $P(A) \leq P(B)$ *(μονάδες 5).*

Γ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

i. Δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ονομάζεται ....
....
....

ii. Ασυμβίβαστα ονομάζονται δύο ενδεχόμενα όταν ....

iii. Το ενδεχόμενο $A \cap B$ πραγματοποιείται όταν ....
....
....

iv. Το ενδεχόμενο $A \cup B$ πραγματοποιείται όταν ....
....
....

v. Αν ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης είναι πεπερασμένος και αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα και $A \subseteq \Omega$, τότε ορίζουμε ως πιθανότητα του ενδεχομένου Α τον αριθμό..
....
....

(μονάδες 5).

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι συναρτήσεις φ, f, g με $f(1) = f'(1) = 1$ και $\varphi(x) = f(g(x))$, $g(x) = \ln x + x$, με $x>0$.

α) Ν' αποδείξετε ότι: $g(1)=\varphi(1)=1$, $\quad g'(1)=\varphi'(1)=2$

(μονάδες 7).

β) Να εξετάσετε αν η g(x) έχει ακρότατα στο διάστημα $\Delta=(0, +\infty)$.

(μονάδες 5).

γ) Να υπολογιστεί η τιμή του ορίου:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\ln(h+1) + (h+1) - g(1)}{h}$$

(μονάδες 4).

δ) ***i.*** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων ε_1, ε_2 των γραφικών παραστάσεων των φ και f στα σημεία τους Α (1, φ(1)) και Β (1, f(1)) αντίστοιχα.

(μονάδες 7).

ii. Να υπολογιστεί η γωνία που σχηματίζει η ε_2 με τον άξονα των x.

(μονάδες 2).

ΘΕΜΑ 3ο

Στα δεδομένα μιας άσκησης πιθανοτήτων, περιλαμβάνονται μεταξύ άλλων ότι $P(A)=0{,}7$ και $P(B)=0{,}4$, όπου Α και Β είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω.

i. Ο Λάκης, ο Μάκης και ο Σάκης που έλυσαν την άσκηση βρήκαν τρία διαφορετικά αποτελέσματα: $P(A-B)=0{,}2$, $P(A-B)=0{,}4$ και $P(A-B)=0{,}7$ αντιστοίχως! Μόνο ένας έχει βρει το σωστό αποτέλεσμα. Μπορείτε να βρείτε ποιος είναι;

(μονάδες 15).

ii. Ένας μόνο τελικά βαθμολογήθηκε με άριστα 20! Τι αποτέλεσμα έχει βρει για τις πιθανότητες των ενδεχομένων $A \cup B$, $A \cap B$ και $B-A$;

(μονάδες 10).

ΘΕΜΑ 4ο

Το πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής (Χ) των ετήσιων μισθών (σε εκατοντάδες €) ενός δείγματος εργαζομένων, ομαδοποιημένης σε κλάσεις ίσου πλάτους, έχει κορυφές τα σημεία:

Α(20, 0), Β(40, 5), Γ(60, 10), Δ(80, 20), Ε(100, 30)
Ζ(120, ν_5), Η(140, 10), Θ(160, 0).

Η κατακόρυφη γραμμή με εξίσωση $x=100$ διαιρεί το χωρίο που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα σε δύο ισεμβαδικά χωρία.

α) Ν' αποδείξετε ότι $\nu_5=25$. *(μονάδες 5).*

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων της κατανομής (Χ).

(μονάδες 5).

γ) Να υπολογίσετε τις τιμές των μέτρων θέσης της (Χ).

(μονάδες 7).

δ) Αν σαν "όριο φτώχειας" θεωρήσουμε τον μισθό των 7.200 €, να εκτιμήσετε το ποσοστό επί της % των φτωχών του δείγματος.

(μονάδες 5).

ε) Να χαρακτηρίσετε την κατανομή ως προς τη συμμετρία της.

(μονάδες 3).

2ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. ***i.*** Αν Α, Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω ο οποίος αποτελείται από απλά ισοδύναμα ενδεχόμενα, να αποδείξετε ότι: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. *(μονάδες 7)*

ii. Να συμπληρώσετε ένα από τα σύμβολα: =, $\geq$ ή $\leq$ στις παρακάτω προτάσεις:

α) $P(A \cap B)$ ... $P(A)$
β) $P(A \cup B)$ ... $P(B)$
γ) $P(A - B)$ ... $P(A)$
δ) $P(B - A)$ ... $P(A \cup B)$ *(μονάδες 6)*

Β. Έστω μια ποσοτική μεταβλητή Χ και ένα δείγμα μεγέθους ν το οποίο εξετάζουμε ως προς τη μεταβλητή Χ. Έστω ότι $t_1, t_2, ..., t_\nu$ είναι οι παρατηρήσεις που πήραμε με τιμές $x_1, x_2, ..., x_\kappa$, οι οποίες έχουν συχνότητες $\nu_1, \nu_2, ..., \nu_\kappa$, σχετικές συχνότητες $f_1, f_2, ..., f_\kappa$, μέση τιμή $\bar{x}$ και διασπορά S^2 ($\kappa \leqslant \nu$ θετικοί ακέραιοι)

i. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα της τιμής x_i, $i = 1, 2, ..., \kappa$;

ii. Να αποδείξετε ότι $f_1 + f_2 + ... + f_\kappa = 1$

iii. Ποιός από τους παρακάτω τύπους δεν είναι σωστός;

α) $\bar{x} = \dfrac{1}{\nu} \sum\limits_{i=1}^{\kappa} \nu_i \cdot x_i$ **β)** $\bar{x} = \dfrac{1}{\nu} \sum\limits_{i=1}^{\nu} t_i$

γ) $\bar{x} = \dfrac{1}{\nu} \sum\limits_{i=1}^{\kappa} f_i \cdot x_i$ **δ)** $\bar{x} = \sum\limits_{i=1}^{\kappa} f_i \cdot x_i$ *(μονάδες 8)*

iv. Πώς ορίζεται η διασπορά S^2; *(μονάδες 4)*

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^2 + (1 - x)^2$, $x \in \mathbb{R}$.

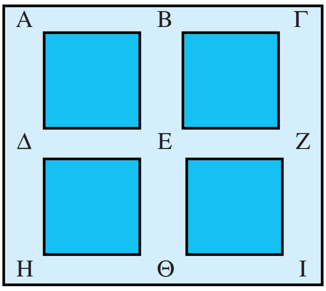
α) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f. *(μονάδες 12)*

β) Ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο 2 μέτρα. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της διαγωνίου του; *(μονάδες 8)*

γ) Θεωρούμε πείραμα τύχης με δειγματικό χώρο Ω και Α ένα ενδεχόμενο του Ω. Να αποδείξετε ότι: $[P(A)]^2 + [P(A')]^2 \geq \dfrac{1}{2}$

ΘΕΜΑ 3ο

Ένας ποντικός αφήνεται στο σημείο Α του διπλανού “λαβύρινθου”. Υποθέτουμε ότι ο ποντικός, φθάνοντας σε καθένα από τα εννιά κομβικά σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ και Ι, ακολουθεί μία από τις διαδρομές που ανοίγονται μπροστά του, χωρίς να ξανακάνει την ίδια διαδρομή προς τα πίσω. (Δηλαδή, αν κάνει τη διαδρομή $A \rightarrow B$, θα συνεχίσει σε μία από τις διαδρομές $B \rightarrow E$ ή $B \rightarrow \Gamma$ και δεν θα γυρίσει πίσω στη διαδρομή $B \rightarrow A$). Κάθε διαδρομή διαρκεί 1 δευτερόλεπτο.



i. Με τη βοήθεια ενός δενδροδιαγράμματος, να βρείτε όλες τις δυνατές διαδρομές για τα τέσσερα πρώτα δευτερόλεπτα και να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο Ω του πειράματος. *(μονάδες 10)*

ii. Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος Ω του i) ερωτήματος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα.Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

α) “Στο τέλος του 4ου sec, ο ποντικός να βρεθεί πάλι στο Α”.

β) “Στο τέλος του 4ου sec, ο ποντικός να μην έχει περάσει από το Ε”

γ) “Στο τέλος του 3ου sec, ο ποντικός να βρίσκεται στο Ζ”

δ) “Στο τέλος του 4ου sec, ο ποντικός να έχει περάσει δύο φορές από το σημείο Ε” *(μονάδες 15)*.

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω $x_1, x_2, ..., x_K$ οι τιμές μιας ποσοτικής διακριτής μεταβλητής (Χ) σε ένα δείγμα μεγέθους ν, (κ, ν ∈ $\mathbb{N}^*$ με $\kappa \le \nu$), με αντίστοιχες συχνότητες $\nu_1, \nu_2, ..., \nu_\kappa > 0$, αθροιστικές συχνότητες $N_1, N_2, ... N_\kappa$, και σχετικές αθροιστικές συχνότητες $F_1, F_2, ... F_\kappa$, τέτοιες ώστε:

$$F_i^2 + (1 - F_i)^2 = \frac{N_i^2 - 10N_i + \alpha}{\alpha}, \text{ για κάθε } i = 1, 2, ...,\kappa$$

όπου α μη μηδενικός πραγματικός αριθμός.

α) Να δείξετε ότι $\nu = 10$ *(μονάδες 10)*.

β) Αν $10 \sum_{i=1}^{\kappa} x_i^2 \nu_i = \left(\sum x_i \cdot \nu_i\right)^2$ να δείξετε ότι:

i. Η τυπική απόκλιση της (Χ) στο εν λόγω δείγμα είναι ίση με μηδέν. *(μονάδες 8)*.

ii. $x_1 = x_2 = ... = x_\kappa$ *(μονάδες 7)*.

3ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. *i.* Έστω Χ μια ποσοτική μεταβλητή και ένα δείγμα μεγέθους ν το οποίο εξετάζουμε ως προς τη μεταβλητή Χ. Αν $t_1, t_2, ... t_\nu$ είναι οι παρατηρήσεις, να ορίσετε τους αριθμούς:

α) Μέση τιμή

β) Διάμεσος

γ) Διασπορά

δ) Συντελεστή μεταβολής

(μονάδες 4).

ii. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό κάθε μιας από τις παρακάτω ερωτήσεις και δίπλα το γράμμα Σ (Σωστό) ή Λ (Λανθασμένο):

α) Η τυπική απόκλιση εκφράζεται και ως ποσοστό επί τοις εκατό.

β) Ο συντελεστής μεταβολής είναι ανεξάρτητος από τη μονάδα μέτρησης.

γ) Η διασπορά δεν εξαρτάται από τη διάμεσο.

δ) Η τυπική απόκλιση δεν μπορεί να υπολογιστεί σε ομαδοποιημένα δεδομένα.

(μονάδες 8).

Β. ***i)*** Να αποδείξετε ότι $(c)'=0,\ c\in\mathbb{R}$ *(μονάδες 1)*

ii) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x\in\mathbb{R}$: $(x)'=1$. *(μονάδες 2)*

iii) Στις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε στο τετράδιό σας το γράμμα της σωστής απάντησης:

α) Αν $f(x)=1-\ell n\left(\dfrac{1}{x}\right)$ τότε η παράγωγος $f'(x)$ είναι ίση με

Α. x Β. $1-x$ Γ. $1+\dfrac{1}{x}$

Δ. $1-\left(\dfrac{1}{\frac{1}{x}}\right)$ Ε. $\dfrac{1}{x}$

β) Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της συνάρτησης $f(x)=\dfrac{x}{\sigma\upsilon\nu x}$ στο σημείο με τετμημένη $x_0=0$, είναι:

Α. 1 **Β.** 0 **Γ.** 2 **Δ.** δεν ορίζεται

γ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της σνάρτησης $f(x)=2x^2-3$ στο σημείο $A(x_0,\ f(x_0))$ με $x_0=1$ είναι:

Α. $y=-x$ **Β.** $y=4x-3$

Γ. $y=4x-5$ **Δ.** $y=-3x+4$

δ) Η εφαπτομένη της συνάρτησης $f(x)=x^3-3x$ είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$, για $x=$

Α. 0 **Β.** **Γ.** 1 και -1 **Δ.** δεν ορίζεται

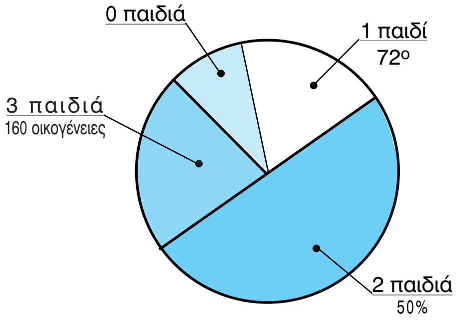
ε) Η εφαπτομένη της συνάρτησης $f(x)=x^2+\alpha x+\beta$ στο σημείο της $A(x_0,\ f(x_0))$ με $x_0=0$ έχει εξίσωση $y=3x+2$. Τότε:

Α. $\alpha=3$ και $\beta=2$ **Β.** $\alpha=3$ και $\beta=1$

Γ. $\alpha=1$ και $\beta=2$ **Δ.** $\alpha=2$ και $\beta=3$

(μονάδες 10).

ΘΕΜΑ 2ο



Μελετήσαμε ένα δείγμα 800 οικογενειών ως προς το πλήθος των παιδιών της οικογένειας.
Μερικά από τα αποτελέσματα φαίνονται στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα:

i. Να συμπληρώσετε τον πίνακα

αριθμός παιδιών	πλήθος οικογενειών	Σχετική συχνότητα f_i	Επίκεντρη γωνία α_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Σχετική αθροιστική συχνότητα F_i%
0					
1			72°		
2		0,50			
3	160				
Σύνολα	800	1,00	360°	–	–

ii. Να υπολογίσετε την μέση τιμή και τη διάμεσο.

(μονάδες 5).

iii. Επιλέγουμε τυχαία μια οικογένεια. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων

Α: "Η οικογένεια έχει τουλάχιστον δύο παιδιά"

Β: "Η οικογένεια έχει το πολύ δύο παιδιά"

(μονάδες 5)

iv. Επιλέγουμε τυχαία ένα παιδί από τις οικογένειες του δείγματος. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: "Το παιδί έχει ένα μόνο αδελφό"

Δ: "Το παιδί έχει τουλάχιστον ένα αδελφό"

Ε: "Το παιδί έχει το πολύ ένα αδελφό"

(μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\ell n x-\ell n(x+1)$, $x>0$.

α) Να αποδείξετε ότι είναι γνησίως αύξουσα *(μονάδες 8)*

β) Σε ποιο σημείο της γραφικής παράστασης της f, η εφαπτομένη έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{1}{2}$; *(μονάδες 7)*

γ) Θεωρούμε πείραμα τύχης, με δειγματικό χώρο $\Omega=\{2, 3, 4, ..., \nu\}$, με ν θετικό ακέραιο. Αν για κάθε $\kappa\in\Omega$ ισχύει $9P(\kappa)=22f'(\kappa)$, να αποδείξετε ότι $\nu=10$. *(μονάδες 10).*

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Έστω $t_1, t_2, ... t_\nu$ οι παρατήσεις μιας μεταβλητής Χ. Να αποδείξετε ότι

$$S^2=\frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2-\bar{x}^2$$ *(μονάδες 2)*

Β. Οι ηλικίες $t_1, t_2, ... t_\nu$, ν μαθητών (ν θετικός ακέραιος) έχουν συντελεστή μεταβολής $CV_x=15\%$. Οι αντίστοιχες ηλικίες των ίδιων μαθητών πριν ένα έτος ακριβώς είχαν συντελεστή μεταβολής $CV_y=16\%$.

α) Να βρείτε την μέση ηλικία $\bar{x}$ και την τυπική απόκλιση S των $t_1, t_2, ... t_\nu$.

(μονάδες 5)

β) Μετά πόσα έτη από σήμερα οι αντίστοιχες ηλικίες των ίδιων μαθητών, θα αποτελούν ομοιογενές δείγμα; *(μονάδες 5)*

γ) Αν $t_1^2+t_2^2+...+t_\nu^2=26.176$, να αποδείξετε ότι $\nu=100$. *(μονάδες 6)*

δ) Η ηλικία ενός μαθητή από λάθος μετρήθηκε 17 έτη αντί της πραγματικής 15 έτη. Ποια είναι η πραγματική διασπορά των ηλικιών του δείγματος; *(μ*

4ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

α) Για δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:
$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$

(μονάδες 5)

β) Να εξηγήσετε γιατί η συνάρτηση $f(x)=|x|$ δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0=0$

(μονάδες 5)

γ) Να δώσετε τους ορισμούς των εννοιών που αναφέρονται στις προτάσεις *(i)* έως *(iii)*.

i. Τί λέμε καμπύλη συχνοτήτων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής

ii. Πώς ορίζεται η παράγωγος $f'(x_0)$ της συνάρτησης f στο x_0.

iii. Τί είναι το εύρος ενός δείγματος.

(μονάδες 6)

δ) Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

i. Αν ο ρυθμός μεταβολής μιας συνάρτησης f στο διάστημα $\Delta=\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ είναι $\frac{2}{x}+\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$, τότε ο τύπος της f είναι:

Α. $2\ln x + \frac{1}{\eta\mu^3 x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$,

Β. $\frac{2}{x} + \varepsilon\varphi x + \sqrt{x}$

Γ. $2\ln x + \varepsilon\varphi x + \sqrt{x}$

Δ. $(\ln x)^2 + (\varepsilon\varphi x)^2 + \sqrt{x}$

Ε. Τίποτα από τα Α, Β, Γ, Δ.

ii. Αν για την πιθανότητα P(A) του ενδεχομένου Α ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $[P(A)]^2 - 2\,P(A) + 1 = 0$ (1), τότε:

Α. Το Α είναι αδύντο ενδεχόμενο.

Β. Το Α είναι βέβαιο ενδεχόμενο.

Γ. Είναι $0 < P(A) < \frac{1}{2}$.

Δ. Η σχέση (1) είναι αδύνατη.

Ε. Τίποτα από τα Α, Β, Γ, Δ.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2ο

Μια βιομηχανία παράγει τα προϊόντα Α, Β, Γ, Δ σε ποσοστό 10%, 20%, 30%, 40% επί του συνόλου της παραγωγής της με αντίστοιχο κόστος 14, 12, 10, 8 € ανά μονάδα προϊόντος.

α) Να βρείτε το μέσο κόστος ανά μονάδα προϊόντος της παραγωγής. *(μονάδες 7)*

β) Να δείξετε ότι η διασπορά του κόστους είναι $S^2=4$. *(μονάδες 10)*

γ) Να βρείτε αν υπάρχουν τιμές του α, για τις οποίες, αν το κόστος κάθε προϊόντος αυξηθεί κατά α το δείγμα της παραγωγής γίνεται ομοιογενές.

(μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3ο

ν τηλεθεατές δήλωσαν την προτίμησή τους σε ένα μόνο από κ προγράμματα τα $\alpha_1, \alpha_2, ...\alpha_\kappa$ με $\nu, \kappa \in \mathbb{N}^*$. Από τις μετρήσεις προέκυψε ότι για τα ποσοστά προτίμησης $f(\alpha_i)$ των α_i είναι:

$f(\alpha_3) = \frac{400}{31}\,\%$ και $f(\alpha_i) = \lambda \cdot 2^{i-1}$, $i = 1, 2, ..., \kappa$ με λ σταθερό αριθμό.

α) Ν' αποδείξετε ότι: $\lambda = \frac{1}{31}$ και $\kappa=5$

(μονάδες 9)

β) Επιλέγουμε ένα τηλεθεατή στην τύχη. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Α: “Προτίμησε το πρόγραμμα α_4”.

Β: “Προτίμησε ένα από τα 2 πιο δημοφιλή προγράμματα”.

Γ: “Προτίμησε κάποιο εκτός από το α_1”.

(μονάδες 6)

γ) Αν το $α_4$ προτιμήθηκε από 160 άτομα, να βρείτε το ν.

(μονάδες 5)

δ) Να γίνει το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων της κατανομής $(α_i, f(α_i))$.

(μονάδες 5)

(Προσομείωση 2002)

ΘΕΜΑ 4ο

140 μαθητές της Γ' Λυκείου δήλωσαν πού θα τους άρεσε να γίνει η πενθήμερη εκδρομή τους: Ρόδο ή Σαντορίνη. Σε μερικούς άρεσαν και τα δύο νησιά και σε μερικούς κανένα από τα δύο. Σε 56 συνολικά άρεσε η Ρόδος και σε 98 η Σαντορίνη. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή και θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

Α: "να του αρέσουν και τα δύο νησιά".

Β: "να μην του αρέσει κανένα από τα δύο νησιά".

Γ: "να του αρέσει μόνο η Σαντορίνη".

Να αποδείξετε ότι:

α) $0,1 \leq P(A) \leq 0,4$ *(μονάδες 5)*

β) $P(B) \leq 0,3$ *(μονάδες 8)*

γ) $0,3 \leq P(Γ) \leq 0,7$