

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΛΥΣΕΙΣ

20. α) i) Για $v < 0$

$$x = A \cdot \eta\mu\omega t \xrightarrow{x=0,1} 0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2t \Rightarrow \eta\mu 2t = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2t = \frac{2k\pi + \frac{\pi}{6}}{2k\pi + \frac{5\pi}{6}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{k=0} 2t = \frac{\frac{\pi}{6} \alpha\pi\omega}{\frac{5\pi}{6}} \Rightarrow t_1 = \frac{5\pi}{12} \text{ sec}$$

$$x = A \cdot \eta\mu\omega t \xrightarrow{x=-0,1} -0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2t \Rightarrow \eta\mu 2t = \eta\mu \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 2t = \frac{2k\pi - \frac{\pi}{6}}{2k\pi + \frac{7\pi}{6}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{k=0} 2t = \frac{-\frac{\pi}{6} \alpha\pi\omega}{\frac{7\pi}{6}} \Rightarrow t_2 = \frac{7\pi}{12} \text{ sec}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{7\pi}{12} - \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ sec}$$

ii) Για $v > 0$

$$x = A \cdot \eta\mu\omega t \xrightarrow{x=0,1} 0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2t \Rightarrow \eta\mu 2t = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2t = \frac{2k\pi + \frac{\pi}{6}}{2k\pi + \frac{5\pi}{6}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{k=1} 2t = \frac{\frac{13\pi}{6} \alpha\pi\omega}{\frac{17\pi}{6}} \Rightarrow t_1 = \frac{13\pi}{12} \text{ sec}$$

$$x = A \cdot \eta\mu\omega t \xrightarrow{x=-0,1} -0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2t \Rightarrow \eta\mu 2t = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 2t = \frac{2\kappa\pi - \frac{\pi}{6}}{2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\kappa=0} 2t = \frac{-\frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}}{\frac{7\pi}{6}} \text{ απορ} \Rightarrow t_2' = \frac{11\pi}{12} \text{ sec}$$

$$\Delta t = t_1' - t_2' = \frac{13\pi}{12} - \frac{11\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ sec}$$

$$\beta) \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_{\epsilon\pi} = -m\omega^2 \cdot x \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -0,04 \cdot x \quad (2)$$

$$(2) \xrightarrow{x=0,1} \frac{\Delta p}{\Delta t} = -0,04 \cdot 0,1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -4 \cdot 10^{-3} \text{ Nt}$$

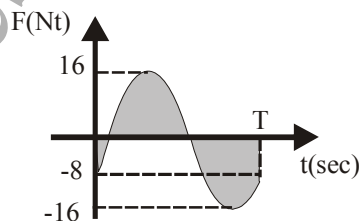
$$(2) \xrightarrow{x=-0,1} \frac{\Delta p}{\Delta t} = -0,04 \cdot (-0,1) \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Nt}$$

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{x=0,1\sqrt{3}, t=0} 0,1\sqrt{3} = 0,2 \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu \frac{\pi}{3} \Rightarrow$$

$$21. \Rightarrow \varphi_0 = \frac{2\kappa\pi + \frac{\pi}{3}}{2\kappa\pi + \frac{2\pi}{3}} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \frac{\frac{\pi}{3} \text{ απορ}}{\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\alpha) F_{\epsilon\pi} = -m\omega^2 \cdot x \Rightarrow F_{\epsilon\pi} = -80 \cdot 0,2 \cdot \eta\mu\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow F_{\epsilon\pi} = -16 \cdot \eta\mu\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

β) Γραφική παράσταση



$$22. \alpha) \Sigma F = -D_B \cdot y \Rightarrow F - B = -m_B \omega^2 \cdot y \quad (1)$$

$$\text{Για } y = 0 \xrightarrow{(1)} F = 2 \text{ Nt}$$

$$\text{Για } y = -0,2 \xrightarrow{(1)} F = 1,5 \text{ Nt}$$

Για $y = +0,2 \xrightarrow{(1)} \boxed{F = 2,5 \text{ Nt}}$

β) (1) $\xrightarrow{F=0} A = \frac{g}{\omega^2} = 1 \text{ m}$

γ) (1) $\xrightarrow{F=0} \omega = \sqrt{\frac{g}{A}} = \sqrt{40} \Rightarrow \omega = 6,32 \text{ rad/sec}$ και $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6,32}{2 \cdot 3,14} \Rightarrow \boxed{f \cong 1 \text{ Hz}}$

23. α) Είνα $d = 2A \Rightarrow 0,2 = 2A \Rightarrow \boxed{A = 0,1 \text{ m}}$

$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{x=0,05, t=0} 0,05 = 0,1 \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}}{2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}} \Rightarrow$

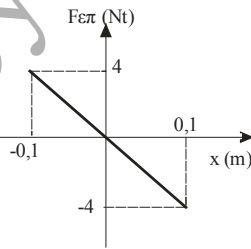
$\xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \alpha\pi\omicron\rho \Rightarrow \varphi_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$

$v = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{v=-\sqrt{3}, t=0} -\sqrt{3} = 0,1\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} \Rightarrow -\sqrt{3} = 0,1\omega \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{\omega = 20\text{rad/s}}$

β) $\alpha = -\omega^2 A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \alpha = -20^2 \cdot 0,1 \cdot \eta\mu(20t + \frac{5\pi}{6}) \xrightarrow{t=0} \alpha = -40 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\boxed{\alpha = -20\text{m/s}^2}$

γ) $F_{\epsilon\pi} = -D \cdot x = -40x$



24. α) $x = A \cdot \eta\mu\omega t \Rightarrow x = A \cdot \eta\mu 2\pi f t \Rightarrow \boxed{x = 0,04\eta\mu 4\pi t \text{ (1)}}$

β) $v_0 = \omega A = 4\pi \cdot 0,04 \Rightarrow \boxed{v_0 = 0,16\pi \text{ m/sec}}$

Τη μέγιστη ταχύτητα αποκτά μετά από χρόνο $t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f} \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{4} \text{ sec}}$

γ) $\alpha_0 = \omega^2 A = (4\pi)^2 \cdot 0,04 \Rightarrow \boxed{\alpha_0 = 6,4 \text{ m/sec}^2}$

Τη μέγιστη επιτάχυνση αποκτά μετά από χρόνο $t = \frac{T}{4} = \frac{1}{2f} \Rightarrow t = \frac{1}{8} \text{ sec}$

δ) Σε χρόνο 1,25 sec έχει εκτελέσει $N = \frac{t}{T} = \frac{1,25}{0,5} = 2,5$ ταλαντώσεις. Σε κάθε ταλάντωση διανύει διάστημα $S = 4A = 4 \cdot 0,04 = 0,16 \text{ m}$. Άρα σε 2,5 ταλαντώσεις έχει διανύσει συνολικά

$$S_{\text{ολ}} = N \cdot S = 2,5 \cdot 0,16 \Rightarrow S_{\text{ολ}} = 0,4 \text{ m}$$

25. Ισορροπία της μάζας M $\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow K \cdot \Delta \ell_1 = Mg \Rightarrow \Delta \ell_1 = 0,075 \text{ m}$

Ισορροπία συσσωματώματος $\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow K \cdot \Delta \ell_2 = (M + m)g \Rightarrow \Delta \ell_2 = 0,1 \text{ m}$

Άρα το συσσωμάτωμα ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση

$$x = \Delta \ell_2 - \Delta \ell_1 = 0,025 \text{ m}$$

Ισχύει $D = (M + m)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{M + m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec}$

Οπότε $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{10} \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$ (1)

Τυχαία θέση ταλάντωσης για τη μάζα m που τείνει να χάσει την επαφή

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{B} + \vec{F} \Rightarrow \Sigma F_x = mg - F \Rightarrow m\omega^2 x = mg - F \Rightarrow F = mg - m\omega^2 x$$
 (2)

Τη στιγμή που χάνεται η επαφή είναι $F=0$ οπότε η σχέση (2) γράφεται

$$(2) \xrightarrow{F=0} 0 = mg - m\omega^2 x_{\text{max}} \Rightarrow x_{\text{max}} = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow x_{\text{max}} = 0,1 \text{ m}$$

Άρα το σώμα εγκαταλείπει το δίσκο.

$$\beta) \xrightarrow{x=0,1} 0,1 = \frac{\sqrt{2}}{10} \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{4} \Rightarrow 10t + \frac{\pi}{2} = \frac{2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}}{2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\kappa=0} 10t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \text{ απορ} \Rightarrow 10t = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow 10t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{40} \text{ sec}$$

$$v = \omega A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = 10 \frac{\sqrt{2}}{10} \cdot \sin(10t + \frac{\pi}{2}) \xrightarrow{t=\frac{\pi}{40}} v = \sqrt{2} \cdot \sin(10 \cdot \frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2} \cdot \sin(\frac{3\pi}{4}) \Rightarrow v = \sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow v = -1 \text{ m/sec}$$

$$\alpha = -\omega^2 A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \alpha = -100 \frac{\sqrt{2}}{10} \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \alpha = -10\sqrt{2} \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{t=\frac{\pi}{40}} \alpha = -10\sqrt{2} \cdot \eta\mu(10 \cdot \frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \alpha = -10\sqrt{2} \cdot \eta\mu(\frac{3\pi}{4}) \Rightarrow \alpha = -10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = -10 \text{ m/sec}^2$$

Κίνηση της m

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{h = \frac{1}{20} \text{ m}}$$

26. Τυχαία θέση

$$\Sigma F_x = -F_{\epsilon\lambda(1)} - F_{\epsilon\lambda(2)} = -K_1 x - K_2 x \Rightarrow \Sigma F_x = -100x - 300x \Rightarrow \Sigma F_x = -400x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D=400 \text{ Nt/m}$ και η περίοδος ταλάντωσης είναι

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{400}} \Rightarrow \boxed{T = 0,1\pi \text{ sec}}$$

$$\beta) \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,1\pi} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/sec} \text{ και } x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{x = 0,2\eta\mu(20t + \frac{\pi}{2}) \text{ (1)}}$$

$$v = \omega A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = 20 \cdot 0,2 \cdot \sin(20t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \boxed{v = 4\sin(20t + \frac{\pi}{2})}$$

$$\gamma) \text{(1)} \xrightarrow{t=\frac{T}{8}} x = 0,2\eta\mu(\frac{2\pi T}{T \cdot 8} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow x = 0,2\eta\mu(\frac{3\pi}{4}) \Rightarrow x = 0,2 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 0,1\sqrt{2} \text{ m}$$

$$F_{\epsilon\pi} = -D \cdot x \Rightarrow F_{\epsilon\pi} = -400 \cdot (0,1\sqrt{2}) \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\pi} = -40\sqrt{2} \text{ Nt}}$$

$$F_{\epsilon\lambda(1)} = -K_1 x \Rightarrow F_{\epsilon\lambda(1)} = -300 \cdot (0,1\sqrt{2}) \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\lambda(1)} = -30\sqrt{2} \text{ Nt}}$$

$$F_{\epsilon\lambda(2)} = -K_2 x \Rightarrow F_{\epsilon\lambda(2)} = -100 \cdot (-0,1\sqrt{2}) \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\lambda(2)} = -10\sqrt{2} \text{ Nt}}$$

27. α) Κίνηση σώματος. ΑΔΕ για την αρχική θέση και την ακραία (τελική) θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τη τελική θέση.

$$K_{(αργ)} + U_{(αργ)} + U_{ελ(αργ)} + W_F = K_{(τελ)} + U_{(τελ)} + U_{ελ(τελ)} \Rightarrow F \cdot x_1 = \frac{1}{2} K x_1^2 \Rightarrow$$

$$K = \frac{2F}{x_1} = 200 \text{ Nt/m}$$

$$\beta) \text{ Είναι } D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10 \text{ rad/sec και } T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 0,2\pi \text{ sec}$$

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=\frac{\pi}{12}} x = 0,2 \cdot \eta\mu\left(10 \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = 0,2 \cdot \eta\mu\left(\frac{4\pi}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\gamma) \Rightarrow x = 0,2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow x = -0,1\sqrt{3} \text{ m}$$

$$v = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=\frac{\pi}{12}} v = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10 \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow v = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{4\pi}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow v = -1 \text{ m/sec}$$

$$28. \text{ Ισορροπία } \Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow K \cdot \Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = 0,1 \text{ m}$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_x = F'_{ελ} - mg = K \cdot (\Delta\ell + x) - mg \Rightarrow \Sigma F_x = 400(0,1 + x) - 10 \Rightarrow \Sigma F_x = 400x$$

$$\text{Άρα το σώμα εκτελεί αατ με } D=400 \text{ Nt/m και περίοδο } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{4}{400}} \Rightarrow$$

$$T = 0,2\pi \text{ sec}$$

$$\beta) \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec και } x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 0,2 \cdot \eta\mu(10t + \varphi_0) \quad (1)$$

$$(1) \xrightarrow{x=0,1, t=0} 0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu(\varphi_0) \Rightarrow \eta\mu(\varphi_0) = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}}{2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}} \xrightarrow{\kappa=0}$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\frac{\pi}{6} \alpha\pi\omicron\rho}{\frac{5\pi}{6}} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{Άρα } x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,2 \cdot \eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6})$$

$$v = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(10t + \frac{5\pi}{6})$$

$$\alpha = -\omega^2 A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \alpha = -20 \cdot \eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6})$$

$$\gamma) (1) \xrightarrow{t=\frac{\pi}{5}} x = 0,2\eta\mu(10 \cdot \frac{\pi}{5} + \frac{5\pi}{6}) \Rightarrow x = 0,2\eta\mu(\frac{4\pi}{3}) \Rightarrow x = 0,2(-\frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow x = -0,1\sqrt{3} \text{ m}$$

$$F_{\varepsilon\pi} = -D \cdot x \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -400 \cdot (-0,1\sqrt{3}) \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = 40\sqrt{3} \text{ Nt}$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = K(\Delta\ell + x) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 400 \cdot (0,1 + 0,1\sqrt{3}) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 40 + 40\sqrt{3} \text{ Nt}$$

$$29. \text{ Ισορροπία } \Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow K \cdot \Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = 0,1 \text{ m}$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_x = F'_{\varepsilon\lambda} - mg = K \cdot (\Delta\ell + x) - mg \Rightarrow \Sigma F_x = 100(0,1 + x) - 10 \Rightarrow \Sigma F_x = 100x$$

$$\text{Άρα το σώμα εκτελεί αατ με } D=100 \text{ Nt/m με περίοδο } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = 0,2\pi \text{ sec}$$

$$\beta) \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec και } x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = A \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \quad (1)$$

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{x=0,1, t=0} 0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu(\varphi_0) \Rightarrow \eta\mu(\varphi_0) = \frac{1}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{2k\pi + \frac{\pi}{6}}{2k\pi + \frac{5\pi}{6}} \xrightarrow{k=0} \varphi_0 = \frac{\frac{\pi}{6} \text{ απορ}}{\frac{5\pi}{6}} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{Άρα } x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,2 \cdot \eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6})$$

$$v = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(10t + \frac{5\pi}{6})$$

$$\alpha = -\omega^2 A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \alpha = -20 \cdot \eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6})$$

$$\begin{aligned} \gamma) F_{\varepsilon\pi} &= -D \cdot x = -100 \cdot 0,2\eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6}) \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -20\eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6}) \xrightarrow{F_{\varepsilon\pi}=10} \\ \Rightarrow 10 &= -20\eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6}) \Rightarrow \eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6}) = -\frac{1}{2} = \eta\mu(-\frac{\pi}{6}) \Rightarrow 10t + \frac{5\pi}{6} = \frac{2\kappa\pi - \frac{\pi}{6}}{2\kappa\pi + \frac{7\pi}{6}} \Rightarrow \\ \xrightarrow{\kappa=0} 10t + \frac{5\pi}{6} &= \frac{-\frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}}{\frac{7\pi}{6}} \Rightarrow 10t = \frac{11\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 10t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{10} \text{ sec} \\ & \quad t_2 = \frac{\pi}{30} \text{ sec} \end{aligned}$$

$$\text{Και } \Delta t = t_1 - t_2 = \frac{\pi}{10} - \frac{\pi}{30} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{15} \text{ sec}$$

$$30. \text{ Ισορροπία } \Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow K_1 \cdot \Delta\ell + K_2 \cdot \Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = 0,1 \text{ m}$$

Τυχαία θέση

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= F'_{\varepsilon\lambda(1)} + F'_{\varepsilon\lambda(2)} - mg = K_1 \cdot (\Delta\ell + x) + K_2 \cdot (\Delta\ell + x) - mg \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma F_x &= 150(0,1 + x) + 50(0,1 + x) - 20 \Rightarrow \Sigma F_x = 200x \end{aligned}$$

$$\text{Άρα το σώμα εκτελεί αατ με } D=200 \text{ Nt/m με περίοδο } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} = 0,2\pi \text{ sec}$$

$$\beta) \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec κατ } x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,1 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})(1)$$

$$F_{\varepsilon\pi} = -D \cdot x \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -200 \cdot 0,1 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -20 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$F_{\varepsilon\lambda(1)} = -K_1(\Delta\ell + x) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(1)} = -150\Delta\ell - 150x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(1)} = -15 - 15 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$F_{\varepsilon\lambda(2)} = -K_2(\Delta\ell + x) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(2)} = -50\Delta\ell - 50x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(2)} = -5 - 5 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$\beta) \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_{\varepsilon\pi} = -D \cdot x \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -200x \quad (2)$$

$$(1) \xrightarrow{t=\frac{T}{3}} x = 0,1 \cdot \eta\mu(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow x = 0,1 \cdot \eta\mu(\frac{7\pi}{6}) = -0,05 \text{ m}$$

$$(2) \xrightarrow{x=-0,05} \frac{\Delta p}{\Delta t} = -200 \cdot (-0,05) \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta p}{\Delta t} = 10 \text{ Nt}}$$

$$31. \text{ Ισορροπία } \Sigma F_x = 0 \Rightarrow K \cdot \Delta \ell = mg \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow \Delta \ell = 0,05 \text{ m}$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_x = F'_{\epsilon\lambda(1)} - mg \cdot \eta\mu 30^\circ = K \cdot (\Delta \ell + x) - mg \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow \Sigma F_x = 100(0,05 + x) - 5 \Rightarrow \Rightarrow \Sigma F_x = 100x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D=100 \text{ Nt/m}$.

$$\text{Είναι } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{\pi}{5} \text{ sec}}$$

$$\beta) \omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad/sec}$$

$$i) F_{\epsilon\pi} = -Dx = -400 \cdot 0,05 \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\pi} = -5 \text{ Nt}}$$

$$F_{\epsilon\pi} = -Dx = -400 \cdot (-0,05) \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\pi} = 5 \text{ Nt}}$$

$$ii) F_{\epsilon\lambda} = -K(\Delta \ell + x) = -400 \cdot (0,05 + 0,05) \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\lambda} = -10 \text{ Nt}}$$

$$F_{\epsilon\lambda} = -K(\Delta \ell + x) = -400 \cdot (0,05 - 0,05) \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\lambda} = 0 \text{ Nt}}$$

$$iii) \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta p}{\Delta t} = F_{\epsilon\pi} = \pm 5 \text{ Nt}}$$

$$32. \text{ Ισορροπία } \Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow K_1 \cdot \Delta \ell + K_2 \cdot \Delta \ell = mg \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow \Delta \ell = \frac{1}{80} \text{ m}$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_x = F'_{\epsilon\lambda(1)} + F'_{\epsilon\lambda(2)} - mg \cdot \eta\mu 30^\circ = K_1 \cdot (\Delta \ell + x) + K_2 \cdot (\Delta \ell + x) - mg \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow \Rightarrow \Sigma F_x = 150\left(\frac{1}{80} + x\right) + 250\left(\frac{1}{80} + x\right) - 5 \Rightarrow \Sigma F_x = 400x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D=400 \text{ Nt/m}$.

$$\beta) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{400}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{\pi}{10} \text{ sec}}$$

$$\gamma) x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow \boxed{x = 0,2 \cdot \eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (1)}}$$

$$\delta) F = -Dx = -400 \cdot 0,2 \cdot \eta\mu(20t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \boxed{F = -80 \cdot \eta\mu(20t + \frac{\pi}{2})}$$

33. Τυχαία θέση για τη πρώτη σύνδεση (σε σειρά)

$$\Sigma F_x = F'_{\epsilon\lambda(1)} + F'_{\epsilon\lambda(2)} = -K_1 \cdot x - K_2 \cdot x \Rightarrow \Sigma F_x = -150x - 250x \Rightarrow \Sigma F_x = -400x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D=400 \text{ Nt/m}$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{\pi}{10} \text{ sec}} \text{ και } \omega = \frac{2\pi}{T} = 20 \text{ rad/sec}$$

$$\beta) F_{\epsilon\pi} = -Dx = -400 \cdot (-0,1) \Rightarrow \boxed{F_{\epsilon\pi} = 40 \text{ Nt}}$$

$$\gamma) x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{x=-0,1, t=0} -0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu(-\frac{\pi}{6}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{2\kappa\pi - \frac{\pi}{6}}{2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = -\frac{\pi}{6} \text{ απορ} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{7\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{Άρα } \boxed{x = 0,2\eta\mu(20t + \frac{7\pi}{6})}$$

34. Από την εξίσωση απομάκρυνσης έχουμε

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{x=0,1, t=0} 0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}}{2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{5\pi}{6} \text{ απορ}} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$x = 0,2 \cdot \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{6}) \xrightarrow{x=0, t=\frac{\pi}{12}} 0 = 0,2 \cdot \eta\mu(\omega \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \eta\mu(\omega \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}) = \eta\mu 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\kappa\pi + 0}{2\kappa\pi + \pi} \xrightarrow{\kappa=0} \omega \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} = \frac{0 \text{ απορ}}{\pi} \Rightarrow \omega \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec}$$

$$\text{Άρα έχουμε } x = 0,2 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{6}) \quad (1)$$

$$\beta) \text{ Είναι } D = m\omega^2 \Rightarrow D = 200 \text{ Nt/m}$$

γ) Ισορροπία $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow K \cdot \Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = 0,1 \text{ m}$

$$(1) \Rightarrow 0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{x=0,1} 0,1 = 0,2 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10t + \frac{\pi}{6} = \frac{2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}}{2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}} \xrightarrow{\kappa=0} 10t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow 10t = \frac{0}{3} \Rightarrow t_1 = 0 \text{ sec}$$

$$t_2 = \frac{\pi}{15} \text{ sec}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\pi}{15} \text{ sec}$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = K(\Delta\ell + x) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 200\Delta\ell + 200x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 200 \cdot 0,1 + 200 \cdot 0,2 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\delta) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 20 + 40 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$$

35. Ισορροπία $\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow K \cdot \Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = 0,1 \text{ m}$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_x = F'_{\varepsilon\lambda(1)} - B = K \cdot (\Delta\ell - x) - mg \Rightarrow \Sigma F_x = 200(0,1 - x) - 20 \Rightarrow \Sigma F_x = -200x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D=200 \text{ Nt/m}$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ sec και } \omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad/sec}$$

β) ΑΔΕ για την αρχική θέση και την ακραία (τελική) θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τη τελική θέση.

$$K_{(αρχ)} + U_{(αρχ)} + U_{\varepsilon\lambda(αρχ)} + W_F = K_{(τελ)} + U_{(τελ)} + U_{\varepsilon\lambda(τελ)} \Rightarrow mgx + W_F = \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + W_F = 2 \Rightarrow W_F = 1 \text{ Joule}$$

$$\gamma) x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,1 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

δ) Η $F_{\varepsilon\lambda}$ μηδενίζεται στο φυσικό μήκος του ελατηρίου δηλαδή στη θέση $x=-A$. Επομένως απαιτείται χρόνος: $t = 2T = 0,4\pi \text{ sec}$.

36. Ισορροπία $\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow A = mg \Rightarrow \varepsilon_{\text{υγρ}\mu} \cdot V_{\text{βυθ}\mu\tau\iota\varsigma} = mg \Rightarrow \varepsilon_{\text{υγρ}\mu} \cdot S \cdot h' = mg \quad (1)$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_y = A' - B = \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} \cdot S \cdot (h' + x) - mg \Rightarrow \Sigma F_y = \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} Sh - \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} Sx - mg \xrightarrow{(1)}$$

$$\Rightarrow \Sigma F_y = -\varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} Sx$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D = \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} S$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} S}} \xrightarrow{(1)} T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} = 0,4\pi \text{ sec}$$

α) $D = \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} \cdot S$ β) $0,4\pi \text{ s}$

37. Ισορροπία

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow A = mg \Rightarrow \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} V_{\beta\upsilon\theta\iota\zeta} = dVg \Rightarrow \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} Sh' = d_1 Shg \Rightarrow \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} h' = d_1 hg \quad (1)$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_y = A' - B = \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} \cdot S \cdot (h' + x) - d_1 Vg \Rightarrow \Sigma F_y = \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} Sh' - \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} Sx - d_1 Shg \xrightarrow{(1)}$$

$$\Rightarrow \Sigma F_y = -\varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} Sx$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D = \varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} S$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{dV}{\varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} S}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_1 Sh}{g}}{\varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} S}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_1 h}{\varepsilon_{\nu\gamma\rho\upsilon} g}} = 0,8\pi \text{ sec}$$

β) Μετά από χρόνο $t=T=0,8\pi \text{ sec}$

38. Ισορροπία

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\alpha\epsilon\rho} - F_{\nu\gamma\rho} = 0 \Rightarrow F_{\alpha\epsilon\rho} = F_{\nu\gamma\rho} \quad (1)$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{\nu\gamma\rho} + \vec{F}_{\alpha\epsilon\rho} + \vec{F}_{\sigma\tau\eta\lambda} \Rightarrow \Sigma F = F_{\nu\gamma\rho} - F_{\alpha\epsilon\rho} - F_{\sigma\tau\eta\lambda} \xrightarrow{(1)} \Sigma F = -F_{\sigma\tau\eta\lambda} \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -\varepsilon_{\nu\gamma\rho} (Sx_1 + Sx_2) \quad (2)$$

Αρκεί να υπολογίσουμε τη σχέση που συνδέει τις απομακρύνσεις x_1 και x_2 του υδραργύρου στα δύο σκέλη του σωλήνα. Ο όγκος του υδραργύρου που κατέβηκε στο ένα σκέλος είναι ίσος με τον όγκο του υδραργύρου που ανέβηκε στο άλλο σκέλος δηλαδή

$$V_1 = V_2 \Rightarrow S \cdot x_1 = S \cdot x_2 \Rightarrow x_2 = x_1 \quad (4)$$

Άρα $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x = x_1 + x_1 \Rightarrow x = 2x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{x}{2}$. Οπότε η (2) γίνεται

$$\Sigma F = -\varepsilon_{\text{vyp}} \left(S \frac{x}{2} + S \frac{x}{2} \right) \Rightarrow \Sigma F = -\varepsilon_{\text{vyp}} S \cdot x = -13,6 \cdot 10^4 \cdot 0,7353 \cdot 10^{-7} \cdot x \Rightarrow \Sigma F = -10^{-2} x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D = 10 \text{ Nt/m}$.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,04}{10^{-2}}} \Rightarrow T = 4\pi \text{ sec}$$

β) Εργαζόμενοι όμοια έχουμε $\Sigma F = -\varepsilon_{\text{vyp}} S \cdot x = -1 \cdot 10^3 \cdot 0,7353 \cdot 10^{-7} \cdot x \Rightarrow \Sigma F = -10^{-2} x$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D = 0,7353 \cdot 10^{-4} \text{ Nt/m}$.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow 4\pi = 2\pi \sqrt{\frac{m}{0,7353 \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow m = 0,029 \text{ Kgr}$$

39. Ισορροπία

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow A_1 + A_2 = mg \Rightarrow \varepsilon_1 V_{\beta\theta\theta} + \varepsilon_2 V_{\beta\theta\theta}' = dVg \Rightarrow \varepsilon_1 Sh_1 + \varepsilon_2 Sh_2 = \varepsilon Sh \quad (1)$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma F_y = A_1' + A_2' - B = \varepsilon_1 S(h_1 - x) + \varepsilon_2 S(h_2 + x) - dVg = \varepsilon_1 S(h_1 - x) + \varepsilon_2 S(h_2 + x) - \varepsilon Sh \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{(1)} \Sigma F_y = -\varepsilon_1 Sx + \varepsilon_2 Sx \Rightarrow \Sigma F_y = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) S \cdot x \Rightarrow \Sigma F_y = 4 \cdot 10^3 \cdot S \cdot x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D = 4 \cdot 10^3 \cdot S \text{ Nt/m}$.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{dV}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) S}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon}{g} h S}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) S}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\varepsilon h}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) g}} = 0,7\pi \text{ sec}$$

40. Ισορροπία

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda}' + \vec{A} + \vec{B} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' + A - B = 0 \Rightarrow Kx_2 + \varepsilon_{\text{vcp}} V_{\beta\theta\theta} = mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Kx_2 + \varepsilon_{\text{vcp}} S \frac{3h}{4} = d_k Vg \quad (1)$$

Τυχαία θέση

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{\varepsilon\lambda}'' + \vec{A}' + \vec{B} \Rightarrow \Sigma F = F_{\varepsilon\lambda}'' + A' - B \Rightarrow \Sigma F = K(x_2 + x) + \varepsilon_{\text{vcp}} V_{\beta\theta\theta} - mg \Rightarrow \Sigma F =$$

$$= K(x_2 + x) + \varepsilon_{\text{vcp}} S \left(\frac{h}{2} + x \right) - mg \Rightarrow \Sigma F = K \cdot x_2 + K \cdot x + \varepsilon_{\text{vcp}} S \frac{h}{2} + \varepsilon_{\text{vcp}} Sx - mg \xrightarrow{(1)}$$

$$\Rightarrow \Sigma F = Kx + \varepsilon_{\text{vcp}} Sx \Rightarrow \Sigma F = (K + \varepsilon_{\text{vcp}} S)x \Rightarrow \Sigma F = (100 + 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-4})x \Rightarrow \Sigma F = 105 \cdot x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D = 105 \text{ Nt/m}$.

$$\beta) T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d_k V}{D}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d_k Sh}{D}} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2,8 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2}{105}} \Rightarrow \\ \Rightarrow T = 0,1 \cdot \pi \text{ sec}$$

41. Τυχαία θέση

$$\Sigma F = F_2 - F_1 = \frac{k_c \cdot q_2 \cdot q}{\left(\frac{d}{2} + x\right)^2} - \frac{k_c \cdot q_1 \cdot q}{\left(\frac{d}{2} - x\right)^2} = \frac{k_c \cdot q_2 \cdot q \left(\frac{d}{2} - x\right)^2}{\left(\frac{d}{2} + x\right)^2 \left(\frac{d}{2} - x\right)^2} - \frac{k_c \cdot q_1 \cdot q \left(\frac{d}{2} + x\right)^2}{\left(\frac{d}{2} - x\right)^2 \left(\frac{d}{2} + x\right)^2} = \\ = k_c \cdot q_1 \cdot q \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - dx + x^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 - dx - x^2}{\left(\frac{d}{2} - x\right)^2 \left(\frac{d}{2} + x\right)^2} \Rightarrow \Sigma F = k_c \cdot q_1 \cdot q \frac{-2dx}{\left(\frac{d}{2} - x\right)^2 \left(\frac{d}{2} + x\right)^2} \quad (1)$$

Επειδή η απομάκρυνση x είναι πολύ μικρότερη του μήκους d θα έχουμε

$$\frac{d}{2} - x \cong \frac{d}{2} \quad \text{και} \quad \frac{d}{2} + x \cong \frac{d}{2} \quad \text{οπότε η σχέση (1) γράφεται}$$

$$\Sigma F = -k_c \cdot q_1 \cdot q \cdot \frac{2dx}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} \Rightarrow \Sigma F = -k_c \cdot q_1 \cdot q \cdot \frac{2d \cdot x}{d^4} \Rightarrow \Sigma F = -k_c \cdot q_1 \cdot q \cdot \frac{32}{d^3} \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma F = -\frac{32k_c \cdot q_1 \cdot q}{d^3} \cdot x$$

Άρα το σώμα εκτελεί αατ με $D = \frac{32k_c \cdot q_1 \cdot q}{d^3} = 288 \text{ Nt/m}$.

$$\beta) T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-4}}{288}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{300} \text{ sec}$$

42. Ισορροπία

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\alpha(1)}' + \vec{F}_{\alpha(2)}' + \vec{A} + \vec{B} = 0 \Rightarrow F_{\alpha(1)}' + F_{\alpha(2)}' + A - B = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_1 x_1 + K_2 x_2 + \varepsilon_{\nu\mu\theta} V_{\beta\theta} = mg \Rightarrow K_1 x_1 + K_2 x_2 + \varepsilon_{\nu\mu\theta} S \frac{2h}{3} = d_k Vg \quad (1)$$

Τυχαία θέση

$$\begin{aligned}
\Sigma \vec{F} &= \vec{F}_{\epsilon\lambda(1)}'' + \vec{F}_{\epsilon\lambda(2)}'' + \vec{A}' + \vec{B} \Rightarrow \Sigma F = F_{\epsilon\lambda(1)}'' + F_{\epsilon\lambda(2)}'' + A' - B \Rightarrow \\
&\Rightarrow \Sigma F = K_1(x_1 + x) + K_2(x_2 + x) + \epsilon_{\nu\gamma\rho} V_{\beta\theta\theta} - mg \Rightarrow \\
&\Rightarrow \Sigma F = K_1(x_1 + x) + K_2(x_2 + x) + \epsilon_{\nu\gamma\rho} S \left(\frac{2h}{3} + x \right) - d_k Vg \Rightarrow \\
&\Rightarrow \Sigma F = K_1 x_1 + K_1 x + K_2 x_2 + K_2 x + \epsilon_{\nu\gamma\rho} S \frac{h}{2} + \epsilon_{\nu\gamma\rho} Sx - d_k Vg \xrightarrow{(1)} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \Sigma F = K_1 x + K_2 x + \epsilon_{\nu\gamma\rho} Sx \Rightarrow \Sigma F = (K_1 + K_2 + \epsilon_{\nu\gamma\rho} S)x \Rightarrow \Sigma F = (K_1 + K_2 + \epsilon_{\nu\gamma\rho} \pi R^2)x \Rightarrow \\
&\Rightarrow \Sigma F = (900 + \epsilon_{\nu\gamma\rho} \cdot 25\pi \cdot 10^{-4})x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{900 + \epsilon_{\nu\gamma\rho} 25\pi \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow \frac{1}{f} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d_k V}{900 + \epsilon_{\nu\gamma\rho} 25\pi \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{1}{2} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d_k S h}{900 + \epsilon_{\nu\gamma\rho} 25\pi \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow \frac{1}{4\pi} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0,6}{900 + d_{\nu\gamma\rho} \cdot g \cdot 25\pi \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{1}{16\pi^2} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0,6}{900 + d_{\nu\gamma\rho} 250\pi \cdot 10^{-4}} \Rightarrow d_{\nu\gamma\rho} = 3 \cdot 10^3 \text{ Kgr/m}^3
\end{aligned}$$

β) Κίνηση σώματος. ΑΔΕ για την αρχική θέση και την ακραία (τελική) θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τη τελική θέση. Θεωρούμε ότι τα ελατήρια στην αρχική θέση ισορροπίας τους έχουν το φυσικό τους μήκος.

$$\begin{aligned}
K_{(\alpha\rho\chi)} + U_{(\alpha\rho\chi)} + U_{\epsilon\lambda 1(\alpha\rho\chi)} + U_{\epsilon\lambda 2(\alpha\rho\chi)} + W_F &= K_{(\tau\epsilon\lambda)} + U_{(\tau\epsilon\lambda)} + U_{\epsilon\lambda 1(\tau\epsilon\lambda)} + U_{\epsilon\lambda 2(\tau\epsilon\lambda)} + W_A \Rightarrow \\
\Rightarrow mg \frac{h}{3} + W_F &= \frac{1}{2} K_1 \left(\frac{h}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} K_2 \left(\frac{h}{3} \right)^2 + W_A \Rightarrow W_F = (K_1 + K_2) \frac{h^2}{18} + W_A - mg \frac{h}{3} \quad (1)
\end{aligned}$$

Η άνωση είναι δύναμη μεταβλητού μέτρου και το έργο της υπολογίζεται από το εμβαδό της γραφικής παράστασης $A = f(x)$. Το έργο της άνωσης είναι ίσο με το εμβαδό τραapeζίου. Ισχύει

$$W_A = \frac{\epsilon_{\nu\gamma\rho} S \cdot h + \epsilon_{\nu\gamma\rho} S \cdot \frac{2h}{3}}{2} \left(h - \frac{2h}{3} \right) = \frac{\epsilon_{\nu\gamma\rho} S \cdot \frac{5h}{3}}{2} \cdot \frac{h}{3} = \frac{5d_{\nu\gamma\rho} g \cdot \pi R^2 \cdot h^2}{18} = 23,55 \text{ Joule}$$

Οπότε η σχέση (1) γράφεται

$$\begin{aligned}W_F &= (K_1 + K_2) \frac{h^2}{18} + W_A - d_\kappa V g \frac{h}{3} = (K_1 + K_2) \frac{h^2}{18} + W_A - d_\kappa S h g \frac{h}{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow W_F &= (K_1 + K_2) \frac{h^2}{18} + W_A - d_\kappa \pi R^2 g \frac{h^2}{3} = 900 \cdot \frac{0,36}{18} + 23,55 - \frac{2 \cdot 10^3 \pi \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 0,36}{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow W_F &= 18 + 23,55 - 18,84 = 22,71 \text{ Joule}\end{aligned}$$

Physics by Chris Simopoulos