

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ - ΘΜΚΕ

Η μηχανική ενέργεια είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος. Όπως είναι γνωστό οι σχέσεις που δίνουν τις ενέργειες αυτές είναι:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (7) \quad \text{και} \quad E_\Delta = m \cdot g \cdot h \quad (8)$$

Για την σχέση (8) πρέπει να γνωρίζουμε ότι το ύψος h παριστάνει την απόσταση του σώματος από ένα επίπεδο στο οποίο εμείς θεωρήσαμε αυθαίρετα, ότι έχει δυναμική ενέργεια μηδέν και όχι κατ' ανάγκη από το έδαφος. Αν το σώμα βρίσκεται πάνω από το οριζόντιο αυτό επίπεδο το h λαμβάνεται θετικό ενώ αν το σώμα βρίσκεται κάτω από το οριζόντιο επίπεδο το h λαμβάνεται αρνητικό (βλέπε σχ.12). Εδώ θα πρέπει να διευκρινίσουμε ότι μπορούμε να αποφύγουμε την αρνητική τιμή του h αν θεωρήσουμε σαν οριζόντιο επίπεδο το κατώτατο επίπεδο που θα φτάσει το σώμα.

Βασικές προτάσεις για την λύση των προβλημάτων είναι

α. Η αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας

β. Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

Η αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας χρησιμοποιείται στα προβλήματα εκείνα στα οποία το σώμα κινείται σε κατακόρυφη απόσταση, δεν μας ενδιαφέρει ο χρόνος κινήσεως και δεν ενεργούν στο σώμα εξωτερικές δυνάμεις εκτός από το βάρος του.

Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας χρησιμοποιείται μόνο σε ορισμένες περιπτώσεις και πρέπει να προσέχουμε τα εξής:

I. Τα έργα των εξωτερικών δυνάμεων προστίθενται αλγεβρικά. Έτσι κάθε δύναμη που σχηματίζει με την φορά της μετατόπισης του σώματος γωνία μικρότερη των 90° δίνει θετικό έργο (σχ.13), ενώ κάθε δύναμη που σχηματίζει με τη φορά της μετατόπισεως του σώματος γωνία μεγαλύτερη των 90° δίνει έργο αρνητικό (σχ.14). Τέλος αν η φορά της δύναμης σχηματίζει γωνία 90° με την φορά της μετατόπισης του σώματος, η δύναμη δεν παράγει έργο (σχ.15).

II. Το βάρος θεωρείται εξωτερική δύναμη και επομένως όταν προσθέτουμε τα έργα των εξωτερικών δυνάμεων θα λαμβάνουμε υπόψη και το έργο του βάρους.

III. Εάν έχουμε στο πρόβλημα απώλεια μηχανικής ενέργειας, αυτή οφείλεται σε κάποια ανθιστάμενη δύναμη η οποία δεν αναφέρεται στο πρόβλημα. Όταν επομένως θα προσθέτουμε τα έργα των εξωτερικών δυνάμεων θα χρησιμοποιούμε και το έργο της ανθιστάμενης δύναμης με αρνητικό πρόσημο.

IV. Αν στην σχέση μεταβολής της κινητικής ενέργειας υπάρχουν άγνωστα μεγέθη κινηματικής ή δυναμικής αυτά υπολογίζονται από τους γνωστούς τύπους.

V. Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας δε μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε στην περίπτωση που δίνεται ή ζητείται δυναμική ενέργεια σώματος. Ή πιο σωστά μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο στην περίπτωση εκείνη στην οποία δεν συμπεριλάβουμε στο άθροισμα των έργων των εξωτερικών δυνάμεων το έργο του βάρους. Αυτό συμβαίνει διότι το έργο των εξωτερικών δυνάμεων (πλην του έργου

του βάρους) αποταμιεύεται στο σώμα υπό μορφή κινητικής και δυναμικής ενέργειας και επομένως μεταβάλλει την μηχανική ενέργεια αυτού.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

I. Γενικά η Αρχή Διατήρησης της ενέργειας μπορεί να γραφεί με τις πιο κάτω μορφές ανάλογα με την εκφώνηση και τα δεδομένα του προβλήματος και τις δυνάμεις που ενεργούν.

I. Όταν στο σώμα ή στο σύστημα σωμάτων ενεργεί δύναμη η οποία το κινεί αυτή προσφέρει στο σώμα ενέργεια. Τότε η ΑΔΕ γράφεται:

$$E_{αρχ} + W_{πρ} = E_{τελ} \quad (1)$$

όπου $E_{αρχ}$ η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος, $E_{τελ}$ η τελική του ενέργεια και $W_{πρ} = F \cdot S$ η προσφερόμενη ενέργεια εφόσον η δύναμη είναι σταθερή.

II. Όταν κατά την κίνηση του σώματος ενεργεί ανθιστάμενη δύναμη, όπως π.χ. η τριβή, η δύναμη αυτή δαπανά ενέργεια. Έτσι το έργο της προστίθεται στην τελική ενέργεια δηλ

$$E_{αρχ} = E_{τελ} + W_{δαπ} \quad (2)$$

όπου το $W_{δαπ}$ δηλώνει το έργο της ανθιστάμενης δύναμης και δίνεται από την σχέση $W_{δαπ} = F_{αν} \cdot S$ εφόσον η ανθιστάμενη δύναμη F είναι σταθερή.

Επειδή το μεγαλύτερο μέρος των μαθητών δεν προσέχει τα πρόσημα των έργων προτείνουμε το ΘΜΚΕ να γράφεται με τους παρακάτω τρόπους ανάλογα με το εάν ενεργούν στο πρόβλημα δυνάμεις που παράγουν ή δαπανούν ενέργεια.

III. Τέλος αν στο σώμα ενεργούν και οι δύο δυνάμεις που αναφέραμε πιο πάνω μπορούμε να γράψουμε την ΑΔΕ με την μορφή

$$E_{αρχ} + W_{πρ} = E_{τελ} + W_{δαπ} \quad (3)$$

ή λόγω της αρχής της επαλληλίας που αναφέραμε στην αρχή του κεφαλαίου

$$E_{αρχ} + W_{ΣF} = E_{τελ}$$

Η πιο πάνω έκφραση αποτελεί το γνωστό ΘΜΚΕ.

2. Οι θέσεις μεταξύ των οποίων εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας χρησιμοποιούνται αυθαίρετα από τον μαθητή. Προσέχουμε όμως να χρησιμοποιούμε θέσεις τέτοιες ο οποίες απλουστεύουν την λύση της άσκησης

3. Προσοχή στις εκφράσεις που χρησιμοποιούμε στην ΑΔΕ και το ΘΜΚΕ. Το ΘΜΚΕ χρησιμοποιείται για διαδρομές ενώ η αρχή διατήρησης της ενέργειας για θέσεις.

Πριν αναφερθούμε σε παραδείγματα θα προσπαθήσουμε να χωρίσουμε τις ασκήσεις του 1ου κεφαλαίου σε τέσσερες μεγάλες κατηγορίες. Θα σχεδιάζουμε τις συνήθως χρησιμοποιούμενες δυνάμεις και θα γράφουμε την μορφή της ΑΔΕ καθώς επίσης και τους ρυθμούς μεταβολής κάθε είδους ενέργειας.

4. Πρέπει να τονίσουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους καθορίζεται από δύο σχέσεις:

α) μέσος ρυθμός μεταβολής $(\frac{\Delta x}{\Delta t})$ και γενικά για την ενέργεια $(\frac{\Delta E}{\Delta t}) = F \cdot v$ όπου v η μέση

ταχύτητα κινήσεως και

β) στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής $(\frac{\Delta x}{\Delta t})_{στ}$ και για την ενέργεια $(\frac{\Delta E}{\Delta t})=F \cdot v$ όπου v η στιγμιαία ταχύτητα στην καθορισμένη θέση που θα δίνεται από την άσκηση. Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε πιο κάτω τον στιγμιαίο ρυθμό που εμφανίζεται κατά το πλείστον στις ασκήσεις.

Οι κατηγορίες που αναφέραμε είναι:

I. Κίνηση σώματος σε οριζόντιο επίπεδο

Στις ασκήσεις αυτού του είδους δεν λαμβάνονται υπόψη οι δυνάμεις που είναι κάθετες στο οριζόντιο επίπεδο όπως π.χ. το βάρος του σώματος.

α) Στο σώμα ενεργεί οριζόντια δύναμη

Η δύναμη προσφέρει στο σώμα ενέργεια η οποία αποταμιεύεται σ' αυτό υπό μορφή κινητικής ενέργειας δηλ $E_{κιν}=W_F$

Η ΑΔΕ για την περίπτωση αυτή παίρνει την μορφή

$$E_{αρχ}+W_F=E_{τελ}$$

και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v$$

β) Στο σώμα ενεργεί δύναμη που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα και έχει φορά προς τα πάνω ή προς τα κάτω.

Η συνιστώσα της δύναμης στον άξονα κίνησης του σώματος προσφέρει σ' αυτό ενέργεια που αποταμιεύεται στο σώμα υπό μορφή κινητικής ενέργειας δηλ. $E_{κιν}=W_{F_x}$

Η ΑΔΕ για την περίπτωση αυτή παίρνει την μορφή :

$$E_{αρχ}+W_{F_x}=E_{τελ}$$

και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v$$

γ) Στο σώμα ενεργεί δύναμη αντιστάσεων F_a η οποία ελαττώνει την κινητική ενέργεια του σώματος μέσω του έργου της

Η ΑΔΕ τώρα παίρνει την μορφή :

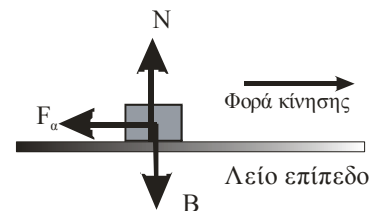
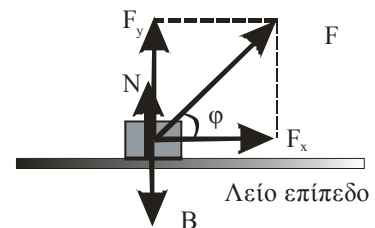
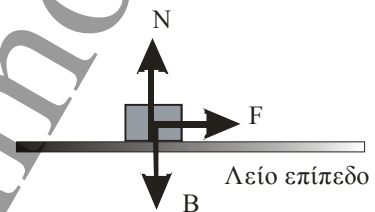
$$E_{αρχ}=E_{τελ}+W_{F_a}$$

και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v$$

δ) Η ίδια ακριβώς περίπτωση εμφανίζεται όταν το ρόλο της παίρνει η τριβή.

Τότε η απώλεια κινητικής ενέργειας του σώματος εμφανίζεται υπό μορφή θερμότητας. Η ΑΔΕ γράφεται



$$E_{αρχ} = E_{τελ} + W_T$$

και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας δηλώνει τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = T \cdot v$$

ε) Αν το σώμα κινείται σε μη λείο επίπεδο υπό την επίδραση της οριζόντιας δύναμης .

Τότε ένα μέρος της προσφερόμενης ενέργειας (από το W_F) μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια μέσω του έργου της συνισταμένης δύναμης και ένα μέρος χάνεται υπό μορφή θερμότητας. Η ΑΔΕ γράφεται

$$E_{αρχ} + W_F = E_{τελ} + W_T$$

Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας και απώλειας γράφονται αντίστοιχα

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v = (F - T) \cdot v \text{ και } \frac{\Delta Q}{\Delta t} = T \cdot v$$

στ) Η ίδια περίπτωση εμφανίζεται και όταν η δύναμη ενεργεί υπό γωνία με την μόνη διαφορά ότι στη θέση της τοποθετείται η συνιστώσα δύναμη που ενεργεί κατά την διεύθυνση της κίνησης δηλαδή.

Σε όλες τις πιο πάνω περιπτώσεις οι δυνάμεις μπορεί να είναι σταθερές οπότε τα έργα τους υπολογίζονται από την γνωστή σχέση ή μεταβλητές οπότε τα έργα υπολογίζονται από γραφική παράσταση $F=f(x)$.

II. Κίνηση σώματος σε κατακόρυφο επίπεδο

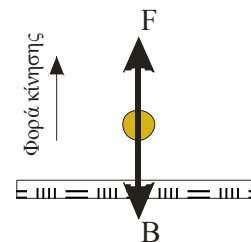
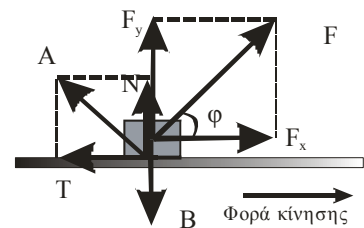
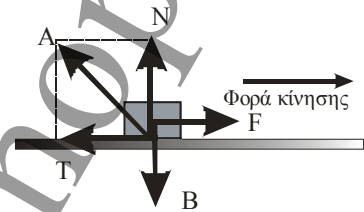
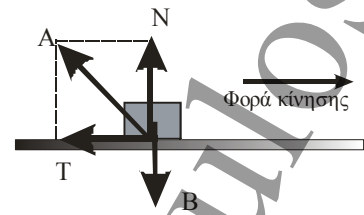
α) Στο σώμα ενεργεί κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω.

Η ενέργεια που προσφέρει μέσω του έργου της η δύναμη αποταμιεύεται στο σώμα υπό μορφή κινητική ενέργειας και δυναμικής. Η ΑΔΕ γράφεται:

$$E_{αρχ} + W_F = E_{τελ}$$

όπου $E_{αρχ}$ δηλώνει το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του σώματος και η $E_{τελ}$ δηλώνει το άθροισμα πάλι της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του σώματος.

Εδώ μπορεί να ζητηθούν δύο ρυθμοί. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας που δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις :



$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot u = (F - B) \cdot u \text{ και}$$

$$\frac{\Delta E_{\delta u v}}{\Delta t} = B \cdot u$$

β) Στο σώμα ενεργεί κατακόρυφη δύναμη F_{α} με φορά προς τα κάτω.

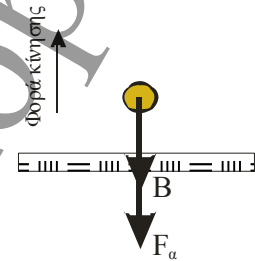
Η ΑΔΕ γράφεται :

$$E_{αρχ} = E_{τελ} + W_{F_{\alpha}}$$

όπου $E_{αρχ}$ και $E_{τελ}$ η ολική κινητική και δυναμική ενέργεια αντίστοιχα στην αρχική και τελική θέση. Εδώ εμφανίζονται ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας, ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας και ο ρυθμός απώλειας ενέργειας δηλ:

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot u = (B + F_{\alpha}) \cdot u,$$

$$\frac{\Delta E_{\delta u v}}{\Delta t} = B \cdot u \text{ και } \frac{\Delta W_{\delta \alpha \pi}}{\Delta t} = F_{\alpha} \cdot u$$



III. Κίνηση σώματος σε κεκλιμένο επίπεδο

Είναι ίσως η πιο σημαντική περίπτωση διότι υπάρχουν πολλές αναλύσεις δυνάμεων και αρκετές μετατροπές ενεργειών.

α). Σώμα ανέρχεται σε κεκλιμένο επίπεδο χωρίς την επίδραση δύναμης.

Η ΑΔΕ γράφεται με την κλασσική της μορφή δηλ:

$$E_{αρχ} = E_{τελ}$$

όπου $E_{αρχ}$ και $E_{τελ}$ η αρχική και τελική ενέργεια στις αντίστοιχες θέσεις. Η δυναμική ενέργεια μπορεί να γραφεί με δύο μορφές καλλίτερα όμως να γράφεται με την κλασσική της δηλ.

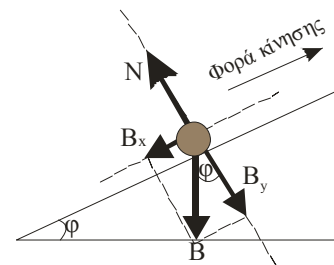
$$E_{\Delta} = mgh = mgs \eta \mu \phi$$

όπου s η απόσταση μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης, δηλ η (ΑΓ).

Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις

$$\frac{\Delta E_{\delta u v}}{\Delta t} = B_x \cdot u = m \cdot g \cdot \eta \mu \phi \cdot u$$

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = -B_x \cdot u = -m \cdot g \cdot \eta \mu \phi \cdot u$$



β) Σώμα ανέρχεται σε κεκλιμένο επίπεδο υπό την επίδραση δύναμης F παράλληλης προς το κεκλιμένο επίπεδο.

Η ενέργεια που προσφέρεται μέσω του έργου της δύναμης F αποταμιεύεται υπό μορφή κινητικής και δυναμικής ενέργειας. Η ΑΔΕ γράφεται

$$E_{αρχ} + W_F = E_{τελ}$$

όπου $E_{αρχ}$ και $E_{τελ}$ δηλώνουν το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας στην αρχική και τελική θέση.

Οι ρυθμοί προσφοράς ενέργειας, μεταβολής της κινητικής ενέργειας και μεταβολής της δυναμικής ενέργειας δίνονται αντίστοιχα από την σχέση

$$\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot v$$

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v = (F - m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi) \cdot v$$

$$\frac{\Delta E_{δυν}}{\Delta t} = B_x \cdot v = m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \cdot v$$

γ) Σώμα ανέρχεται σε κεκλιμένο επίπεδο υπό τη επίδραση οριζόντιας δύναμης F .

Η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα προέρχεται από το έργο της συνιστώσας δύναμης F_x . Το έργο της δύναμης αυτής αποταμιεύεται στο σώμα υπό μορφή κινητικής και δυναμικής ενέργειας. Η ΑΔΕ γράφεται

$$E_{αρχ} + W_{F_x} = E_{τελ}$$

όπου $E_{αρχ}$ και $E_{τελ}$ δηλώνουν το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας στην αρχική και τελική θέση.

Οι ρυθμοί προσφοράς ενέργειας, μεταβολής της κινητικής ενέργειας και μεταβολής της δυναμικής ενέργειας δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις

$$\frac{\Delta W_{F_x}}{\Delta t} = F_x \cdot v = F \cdot \sigma \nu \nu \varphi \cdot v$$

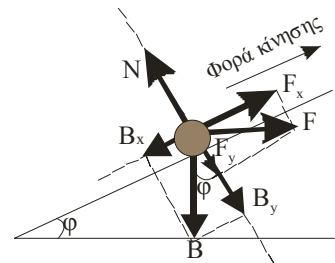
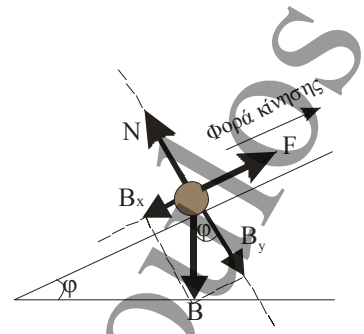
$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v = (F \sigma \nu \nu \varphi - m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi) \cdot v$$

$$\frac{\Delta E_{δυν}}{\Delta t} = B_x \cdot v = m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \cdot v$$

δ) Σώμα ανέρχεται σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς την επίδραση δύναμης.

Στο σώμα ενεργεί η ανθιστάμενη δύναμη της τριβής της οποίας το έργο μετατρέπεται σε θερμότητα. Η ΑΔΕ γράφεται

$$E_{αρχ} = E_{τελ} + W_T$$



Physics by Chris Smopoulos

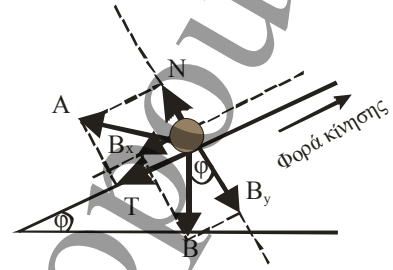
όπου $E_{αρχ}$ και $E_{τελ}$ το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας στην αρχική και τελική θέση.

Οι ρυθμοί απορρόφησης ενέργειας, μεταβολής της κινητικής ενέργειας και μεταβολής της δυναμικής ενέργειας δίνονται από τις σχέσεις

$$\frac{\Delta W_T}{\Delta t} = T \cdot v$$

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = -\Sigma F \cdot v = -(T + m \cdot g \cdot \eta \mu \phi) \cdot v$$

$$\frac{\Delta E_{δυν}}{\Delta t} = B_x \cdot v = m \cdot g \cdot \eta \mu \phi \cdot v$$



ε) Σώμα ανέρχεται σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο υπό την επίδραση δύναμης F παράλληλης στο κεκλιμένο επίπεδο.

Η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα μετατρέπεται αφ' ενός μεν σε θερμότητα και αφ' ετέρου αποταμιεύεται στο σώμα υπό μορφή κινητικής και δυναμικής ενέργειας. Έτσι η ΑΔΕ γράφεται

$$E_{αρχ} + W_F = E_{τελ} + W_T$$

όπου $E_{αρχ}$ και $E_{τελ}$ το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας στην αρχική και τελική θέση.

Οι ρυθμοί που εμφανίζονται είναι: ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας στο σώμα

$$\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot v$$

ο ρυθμός απορρόφησης ενέργειας ή παραγωγής θερμότητας

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = T \cdot v$$

ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας

$$\frac{\Delta E_{κιν}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v = (F - T - m \cdot g \cdot \eta \mu \phi) \cdot v$$

και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας

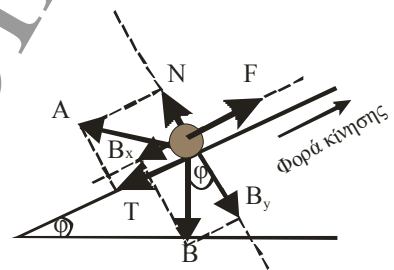
$$\frac{\Delta E_{δυν}}{\Delta t} = B_x \cdot v = m \cdot g \cdot \eta \mu \phi \cdot v$$

στ) Σώμα ανέρχεται σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F.

Στην περίπτωση αυτή ισχύουν ότι και προηγούμενα (περίπτωση ε) μόνο που την θέση της F παίρνει η F_x . Η ΑΔΕ γράφεται

$$E_{αρχ} + W_{F_x} = E_{τελ} + W_T$$

και οι αντίστοιχοι ρυθμοί



$$\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F_x \cdot v = F \cos \varphi \cdot v$$

$$\frac{\Delta W_T}{\Delta t} = T \cdot v$$

$$\frac{\Delta E_{\text{κινη}}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v = (F_x - T - m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi) \cdot v$$

$$\frac{\Delta E_{\delta \nu \nu}}{\Delta t} = B_x \cdot v = m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \cdot v$$

Σε όλες τις πιο πάνω περιπτώσεις κατηγοριών η δύναμη F μπορεί να είναι σταθερή ή μεταβλητή οπότε ο υπολογισμός των έργων γίνεται με τις αντίστοιχες μεθόδους. Κατά την διάρκεια βέβαια της λύσης μπορεί να προκύψει και κάποια άλλη δύναμη μεταβλητή (όπως στη περίπτωση (IIIστ) η τριβή).

Επίσης όλοι οι ρυθμοί που αναφέραμε είναι στιγμιαίοι και η ταχύτητα v δηλώνει την στιγμιαία ταχύτητα.

IV. Κίνηση σώματος σε κυκλικά τόξα.

Τα έργα των δυνάμεων που μπορεί να ενεργήσουν σε τέτοιου είδους κινήσεις αναφέρθηκαν αναλυτικά στις σελίδες 1.2 και 1.3 λόγω της ιδιαιτερότητας που παρουσιάζουν. Έγινε μια προσπάθεια να καταλάβουν οι μαθητές ότι δύναμη και μετατόπιση πρέπει να είναι στην ίδια διεύθυνση για τον υπολογισμό του έργου σταθερής δύναμης. Εδώ θα τονίσουμε ότι σε όλες αυτές τις κινήσεις χρησιμοποιούμε πολλές φορές την σχέση της κεντρομόλου δύναμης.

$$\Sigma F = F_k$$

για τον υπολογισμό άγνωστων μεγεθών.

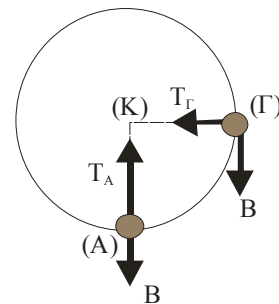
ΠΡΟΣΟΧΗ :

Δεν είναι δηλαδή απαραίτητο το σώμα να διαγράψει ολόκληρη κυκλική τροχιά, όπως πιστεύεται.

Αρκεί και μόνη η κίνησή του σε ελάχιστο τμήμα τόξου.

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε ορισμένα στοιχεία της κυκλικής κίνησης

α) Κίνηση σώματος σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά. Εδώ το σώμα κατά την κίνησή του μεταβάλλει την ταχύτητα του λόγω μετατροπή της κινητικής του ενέργειας σε δυναμική. Έτσι μεταβάλλεται σε κάθε θέση που περνά και η τάση του νήματος ή της ράβδου (εφόσον αυτό κρέμεται από νήμα ή ράβδο) ή ακόμη η αντίδραση του δαπέδου (εφόσον κινείται σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά.) Θα θεωρήσουμε ότι κρέμεται από νήμα.



Στη θέση Α ισχύει:

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow T_A - B = \frac{m \cdot v^2}{l^A} \quad (1)$$

Στη θέση Γ

τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης παίζει η τάση του νήματος

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow T_A = \frac{m \cdot v^2}{l} \quad (2)$$

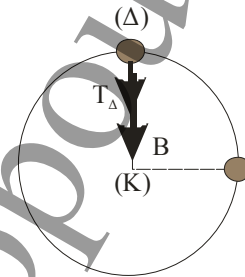
Στη θέση Δ

τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης παίζει η συνισταμένη των δυνάμεων δηλαδή

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow T_{\Delta} + B = \frac{m \cdot v^2}{l} \quad (3)$$

Από ΑΔΕ για τις θέσεις (Α) και (Δ) προκύπτει η σχέση της ταχύτητας

$$v_{\Delta} = \sqrt{v_0^2 - 4gl} \quad (5)$$



Στη θέση Δ έχουμε την συνθήκη ανακύκλωσης η οποία για το συγκεκριμένο σώμα θα είναι

$$T_{\Delta} \geq 0$$

οπότε από την (4) και (5) θέτοντας οριακά $T_{\Delta}=0$ προκύπτει η **ελάχιστη ταχύτητα** v_0 για να έχουμε **ανακύκλωση**

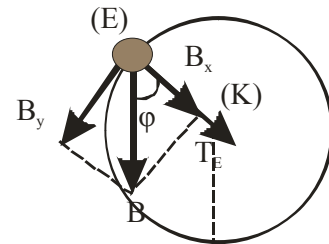
$$gl = v_0^2 - 4gl \Rightarrow v_0 = \sqrt{5gl}$$

Όμοια για την θέση Ε έχουμε

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow T_E + B_y = \frac{m \cdot v^2}{l} \Rightarrow T_E + mg \sin \varphi = \frac{m \cdot v^2}{l}$$

και εφαρμόζοντας την ΑΔΕ για τις θέσεις (Α) και (Ε) υπολογίζουμε τη ταχύτητα του σώματος στη θέση (Ε) οπότε έχουμε

$$v_E = \sqrt{v_0^2 - gl \cdot (1 + \sin \varphi)} \quad (7)$$



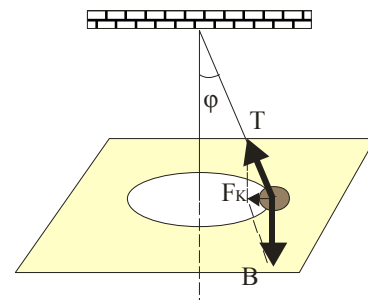
β) Κίνηση σώματος σε οριζόντια κυκλική τροχιά.

Εδώ το σώμα κατά την κίνησή του διατηρεί σταθερή τη ταχύτητα του και την τάση του νήματος.

Έτσι μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε και τα δύο μεγέθη. Θα έχουμε

$$\Sigma F = F_k$$

ή πιο εύκολα επειδή η γωνία φ διατηρείται σταθερή



$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{F_k}{B} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \frac{m.v^2}{mg} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \frac{v^2}{l.g}$$

Στην περίπτωση αυτή πολλές φορές μας ζητείται η ολική ενέργεια του σώματος η οποία υπολογίζεται από το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας. Το σώμα περικλείει δυναμική ενέργεια διότι έχει ανυψωθεί κατά h από την αρχική θέση.

$$E_{ολ} = \frac{1}{2}.m.v^2 + m.g.l.(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

Physica by Chris Simopoulos