ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η αρχή διατήρησης της ορμής εφαρμόζεται σε κάθε σύστημα σωμάτων το οποίο είναι μονωμένο. Ο όρος μονωμένο πρέπει να προσεχθεί ιδιαίτερα διότι οι εσωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος αντιπροσωπεύουν εξωτερικές δυνάμεις για κάθε σώμα που αποτελεί το σύστημα. Έτσι για παράδειγμα οι δυνάμεις των αερίων της έκρηξης στο σύστημα όπλο- σφαίρα είναι εσωτερικές. Όταν όμως εξετάσω το όπλο ή τη σφαίρα χωριστά οι δυνάμεις αυτές είναι εξωτερικές για κάθε σώμα και προκαλούν τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος χωριστά.

Γενικά η αρχή διατήρηση της ορμής χρησιμοποιείται:

I. Όταν εμφανίζεται μεταβολή στις ταχύτητες των σωμάτων ενός συστήματος και στο σύστημα ενεργούν μόνο εσωτερικές δυνάμεις και

II. Εάν στο σύστημα ενεργούν εξωτερικές δυνάμεις αλλά η διάρκειά τους είναι απειροελάχιστη. Έτσι οι ωθήσεις τους μπορεί να παραληφθούν σαν μηδαμινές.
π.χ όταν ένα βλήμα σκάει στον αέρα εκτός των δυνάμεων της έκρηξης ενεργεί και το βάρος, του βλήματος η οποί α είναι εξωτερική δύναμη αλλά επειδή η διάρκεια της έκρηξης είναι ελάχιστη η ώθηση του βάρους θεωρείται αμελητέα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ΑΔΟ

Πριν αναφέρουμε τις κατηγορίες των ασκήσεων που θα συναντήσουμε θα δώσουμε μερικές γενικές παρατηρήσεις οι οποίες είναι αρκετά χρήσιμες.

α)Το βάρος των σωμάτων θεωρείται εξωτερική δύναμη και προκαλεί μεταβολή στην ορμή του σώματος, εκτός αν το σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο οπότε εξουδετερώνεται από την αντίδραση του επιπέδου.

β)Οι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος είναι δυνατόν να παράγουν έργο ή να μεταφέρουν ενέργεια από το ένα σώμα στο άλλο. Επειδή γενικά το έργο των εσωτερικών δυνάμεων μεταβάλλει τη μηχανική ενέργεια των σωμάτων του συστήματος οι μετατροπές ή οι μεταφορές ενεργειών μέσω του έργου των εσωτερικών δυνάμεων υπολογίζονται από τις μεταβολές της μηχανικής ενέργειας του συστήματος.

γ). **Α.Δ.Ο συνήθως χρησιμοποιούμε στις πιο κάτω περι- πτώσεις:**

1) Κινήσεις ανθρώπων σε σώματα που κινούνται ή τείνουν να κινηθούν

2) Κινήσεις συστήματος σωμάτων συνδεδεμένων στα άκρα ελατηρίου

3) Ανακρούσεις όπλων, εκρήξεις βλημάτων και διασπάσεις σωμάτων ή πυρήνων

4) Κινήσεις σωμάτων εκτός πεδίου βαρύτητας της Γης ή άλλων πλανητών.

Όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια αναφέραμε έτσι και εδώ θα πρέπει να προσέχουμε σε κάθε άσκηση τα εξής:

I. Αν οι ορμές των σωμάτων του συστήματος έχουν την ίδια διεύθυνση καθορίζω φορά θετική και η ανυσματική σχέση μετατρέπεται σε αλγεβρική ήτοι

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_\nu = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}' + \ldots + \vec{p}_\nu{}'$$

Αλγεβρικά επίσης χρησιμοποιώ την Α.Δ.Ο και στη περίπτωση που τα σώματα του συστήματος αρχικά ηρεμούν.

ΙΙ. Αν οι ορμές των σωμάτων του συστήματος δεν έχουν την ίδια διεύθυνση χρησιμοποιούμε έναν από τους τρεις τρόπους που γνωρίζουμε. Ο τρόπος που συμφέρει να χρησιμοποιήσουμε είναι η μέθοδος αναλύσεως σε άξονες. Έτσι αφού
αναλύσουμε τα διανύσματα στους δύο άξονες (συνιστούμε να σχεδιάζονται σε χωριστούς άξονες για μεγαλύτερη ευκολία), χρησιμοποιούμε την ΑΔΟ για κάθε άξονα χωριστά δηλ

$$\vec{p}_{x\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{x\tau\varepsilon\lambda}$$

$$\vec{p}_{y\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{y\tau\varepsilon\lambda}$$

Εδώ θα πρέπει να σημειώσουμε ότι αν σε έναν από τους δύο άξονες χρησιμοποιούνται εξωτερικές δυνάμεις δεν εφαρμόζουμε την ΑΔΟ στον άξονα αυτό. Η Α.Δ.Ο θα εφαρμοστεί μόνο στον ένα άξονα.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε μερικές ασκήσεις σύμφωνα με τη κατηγορία που τις κατατάξαμε. Την κατηγορία δ) θα την εξετάσουμε στο 3ο κεφάλαιο.

4η ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η Α.Δ.Ο. εφαρμόζεται για απειροελάχιστα χρονικά διαστήματα όπου οι μεταβολές των ορμών των μη εσωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν. Έτσι θα διακρίνουμε τέσσαρες κατηγορίες ασκήσεων και θα ακολουθήσουμε τους τρόπους που αναφέρουμε σε αυτές.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 25^{ο}

Ένας άνθρωπος βρίσκεται σε όχημα που μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ο άνθρωπος κρατά στα χέρια του τρεις μπάλες m_1=10kgr η κάθε μία. Το όχημα κινείται με ταχύτητα u_o=5m/sec και η μάζα οχήματος - ανθρώπου είναι m=70kgr. Κάποια στιγμή ο άνθρωπος αρχίζει να πετά τις μπάλες μία-μία προς τα πίσω. Να βρεθεί η τελική ταχύτητα του οχήματος αν: α) ο άνθρωπος ρίχνει τις μπάλες με απόλυτη ταχύτητα u_α=3m/sec και

β) αν τις ρίχνει με σχετική ταχύτητα ως προς το όχημα u_o=3m/sec.

ΔΙΝΟΝΤΑΙ	ΖΗΤΟΥΝΤΑΙ
m_1=10kgr	$u_{o\chi}$=;
u_o=5m/sec	
m=70kgr	
u_α=3m/sec	

Το σύστημα είναι μονωμένο διότι η μόνη εξωτερική δύ- ναμη που ενεργεί, το βάρος, εξουδετερώνεται από την αντίδραση του επιπέδου. Έτσι ισχύει η Α.Δ.Ο. $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$ (1)

α) Σχεδιάζω τα ανύσματα των ορμών ορίζοντας σαν θετική φορά τη φορά κινήσεως του οχήματος και έχω

$$\vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} = \vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} \Rightarrow p_{οχ} + p_{σφ} = p_{οχ} - p_{σφ} \Rightarrow$$

$$m.u_0 + 3m_1.u_0 = (m + 2m_1).u_1 - m_1.u_α \Rightarrow u_1 = \frac{53}{9} m/sec$$

Ομοίως όταν πετά τη δεύτερη σφαίρα. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στις μάζες των σφαιρών και του συστήματος.

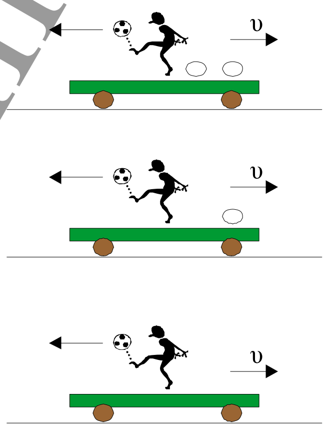
$$\vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} = \vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} \Rightarrow p_{οχ} + p_{σφ} = p_{οχ} - p_{σφ} \Rightarrow$$

$$m.u_1 + 2m_1.u_1 = (m + m_1).u_2 - m_1.u_α \Rightarrow u_2 = \frac{56}{8} = 7 m/sec$$

Τέλος όταν πετά και την τρίτη σφαίρα θα έχουμε

$$\vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} = \vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} \Rightarrow p_{οχ} + p_{σφ} = p_{οχ} - p_{σφ} \Rightarrow$$

$$m.u_2 + m_1.u_2 = m.u_3 - m_1.u_α \Rightarrow u_3 = \frac{59}{7} m/sec$$



β) Αν ο άνθρωπος ρίχνει τις σφαίρες με σχετική ταχύτητα ως προς το όχημα αυτή θα μεταβάλλεται κάθε φορά που πετά τις σφαίρες διότι μεταβάλλεται και η ταχύτητα του οχήματος. Έτσι θα έχω όταν πετά την πρώτη σφαίρα την σχέση (αποδείχθηκε προηγουμένως)

$$\vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} = \vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} \Rightarrow p_{οχ} + p_{σφ} = p_{οχ} - p_{σφ} \Rightarrow$$

$$m.u_0 + 3m_1.u_0 = (m + 2m_1).u_1 - m_1.u_α \Rightarrow u_1 = \frac{m.u_0 + 3m_1.u_0 + m_1.u_α}{(m + 2m_1)} (2)$$

όπου $u_α$ η απόλυτη ταχύτητα της σφαίρας η οποία δίνεται από τη σχέση αν τεθεί θετική φορά η φορά του οχήματος.

$$\vec u_{σχ} = \vec u_{σφ} - \vec u_{οχ} \Rightarrow \vec u_σ = \vec u_{σφ} - \vec u_0 \Rightarrow -u_σ = -u_α - u_0 \Rightarrow u_α = u_σ - u_0 = -2 m/sec$$

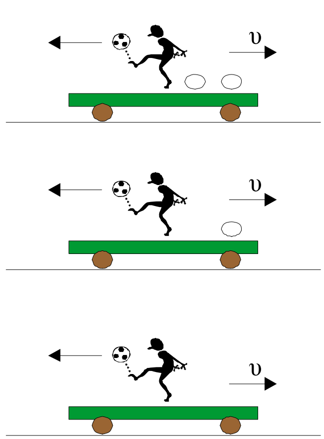
Το (-) σημαίνει ότι έχει αντίθετη φορά προς τη φορά που θεωρήσαμε θετική και έχει ληφθεί υπόψιν στην (2) οπότε η (2) γράφεται u_1=520/90=52/9 m/sec

Όταν πετά τη δεύτερη σφαίρα ισχύει η σχέση

$$\vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} = \vec p_{οχ} + \vec p_{σφ} \Rightarrow p_{οχ} + p_{σφ} = p_{οχ} - p_{σφ} \Rightarrow$$

$$m.u_1 + 2m_1.u_1 = (m + m_1).u_2 - m_1.u_α \Rightarrow$$

$$u_2 = \frac{m.u_1 + 2m_1.u_1 + m_1.u_α}{(m + m_1)} (4)$$



όπου τώρα η $u_{α'}$ δεν παραμένει σταθερή διότι μεταβάλλεται με βάση τη σχέση (3) η οποία περιέχει την ταχύτητα του οχήματος. Έτσι η (3) γράφεται

$\vec{u}_{\sigma\chi} = \vec{u}_{\sigma\varphi} - \vec{u}_{o\chi} \Rightarrow \vec{u}_{\sigma} = \vec{u}_{\sigma\varphi} - \vec{u}_1 \Rightarrow -u_{\sigma} = -u_{\alpha} - u_1 \Rightarrow$

$u_{\alpha} = u_{\sigma} - u_1 = -\frac{25}{9} m/\sec$

(4) => u_2=493/72 m/sec

Τέλος πετώντας και τη τρίτη σφαίρα ισχύει

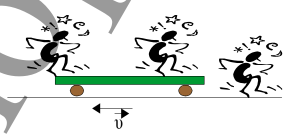
$\vec{p}_{o\chi} + \vec{p}_{\sigma\varphi} = \vec{p}_{o\chi} + \vec{p}_{\sigma\varphi} \Rightarrow p_{o\chi} + p_{\sigma\varphi} = p_{o\chi} - p_{\sigma\varphi} \Rightarrow$

$m.u_2 + m_1.u_2 = m.u_3 - m_1.u_{\alpha} \Rightarrow$

$u_3 = \frac{m.u_2 + m_1.u_2 + m_1.u_{\alpha}}{m} (5)$

$\vec{u}_{\sigma\chi} = \vec{u}_{\sigma\varphi} - \vec{u}_{o\chi} \Rightarrow \vec{u}_{\sigma} = \vec{u}_{\sigma\varphi} - \vec{u}_2 \Rightarrow -u_{\sigma} = -u_{\alpha} - u_2 \Rightarrow$

$u_{\alpha} = u_{\sigma} - u_2 = \frac{277}{72} m/\sec$



και η (5) γράφεται u_3=301/24 m/sec.

Ας αναφέρουμε ένα ακόμη παράδειγμα.

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26°</u>

Μικρή πλατφόρμα βρίσκεται ακίνητη σε λείο οριζόντιο επίπεδο και έχει μάζα 5kgr. Σώμα m_1=2kgr προσγειώνεται στη σανίδα με ταχύτητα 20m/sec και αποχωρίζεται από αυτή με ταχύτητα 10m/sec. Να υπολογιστεί η ταχύτητα που θα αποκτήσει η πλατφόρμα.

ΔΙΝΟΝΤΑΙ	ΖΗΤΟΥΝΤΑΙ
m=5kgr	$u_{\pi\lambda}$=;
m_1=2kgr	
u_1=20m/sec	
u_2= 10m/sec	

Το σύστημα είναι μονωμένο διότι οι μόνες εξωτερικές δυνάμεις που ενεργούν είναι τα βάρη των σωμάτων τα οποία εξουδετερώνονται από τις αντιδράσεις των οριζοντίων επιπέδων. Έτσι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. $\vec{p}_{\varepsilon\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$ (1)

Αρχικά το σύστημα αποτελείται από δύο σώματα (πλατφόρμα - σώμα) εκ των οποίων το ένα είναι ακίνητο. Τελικά και τα δύο σώματα κινούνται. Θα έχω

$\vec{p}_{\pi\lambda} + \vec{p}_{\sigma} = \vec{p}_{\pi\lambda} + \vec{p}_{\sigma} \Rightarrow \vec{p}_{\sigma} = \vec{p}_{\pi\lambda} + \vec{p}_{\sigma}$ (2)

Αν θεωρήσω σαν θετική φορά τη φορά κινήσεως του σώματος θα έχω

$p_{\sigma} = -p_{\pi\lambda} + p_{\sigma} \Rightarrow p_{\pi\lambda} = p_{\sigma} - p_{\sigma} \Rightarrow m.u_{\pi} = m_1.u_{\tau} - m_1.u_{\alpha}$ =>u_{π}=4 m/sec

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε παραδείγματα στη δεύτερη κατηγορία ασκήσεων δηλαδή σε κινήσεις συστήματος σωμάτων που συνδέονται με ελατήριο. Στη κατηγορία αυτή των ασκήσεων ισχύει κανονικά η αρχή διατήρησης ορμής και ενέργειας.