ΝΟΜΟΣ COULOMB

Πριν την ανάπτυξη της μεθοδολογίας κρίνεται σκόπιμο να τονίσουμε τον τρόπο γραφής της δύναμης Coulomb που ασκείται μεταξύ δύο φορτίων. Συγκεκριμένα για αποφυγή των λαθών των μαθητών στις δυνάμεις και τις αποστάσεις μεταξύ των φορτίων προτείνουμε να γράφονται σαν δείκτες στις δυνάμεις

α) το σημείο στο οποίο υπολογίζουμε τη δύναμη και

β) το φορτίο από το οποίο προέρχεται η δύναμη

Για παράδειγμα ο συμβολισμός $F_{A(Q_2)}$ σημαίνει ότι η δύναμη υπολογίζεται στο σημείο Α και προέρχεται από το φορτίο Q_2.

Τον ίδιο τρόπο γραφής θα ακολουθήσουμε και στις επόμενες παραγράφους για τον τρόπο γραφής της έντασης, του δυναμικού και της ενέργειας.

Πρώτη κατηγορία ασκήσεων:

Ασκήσεις που αναφέρονται σε ισορροπία φορτίων ή στον υπολογισμό συνολικής δύναμης σε κάποιο φορτίο.

Στις ασκήσεις αυτής της κατηγορίας εργαζόμαστε ως εξής:

Επειδή η δύναμη είναι μέγεθος διανυσματικό χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στον υπολογισμό αυτής όταν έχουμε σύστημα δύο ή περισσοτέρων φορτίων.

Θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι

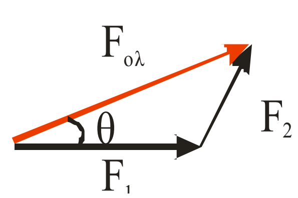
Ι. *Αν οι δυνάμεις που ενεργούν στα φορτία του συστήματος έχουν την ίδια διεύθυνση (είτε αυτή είναι οριζόντια είτε τυχαία), τότε το ανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων είναι ίσο με το αλγεβρικό τους άθροισμα δηλ.*

Το πρόσημο κάθε δύναμης ορίζεται θετικό ή αρνητικό ανάλογα με τη φορά που διαλέξαμε εμείς σαν θετική και η οποία είναι τυχαία.

ΙΙ. *Αν οι δυνάμεις που ενεργούν στα φορτία του συστήματος δεν έχουν την ίδια διεύθυνση χρησιμοποιώ τους πιο κάτω τρόπους για τον υπολογισμό της ολικής δύναμης του συστήματος.*

1ος τρόπος: Μέθοδος συνημίτονων

Σχεδιάζω τα ανύσματα και προσθέτω αυτά διανυσματικά ανά δύο ώστε να σχηματίζεται πάντοτε ένα τρίγωνο. Για παράδειγμα έστω δύο ανύσματα $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 60°. Σχεδιάζοντας με βάση το άθροισμα ανυσμάτων το τρίγωνο έχω την σχέση (4)



$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2συν120^0}$$

Προσοχή στο σχεδιασμό του ανυσματικού αθροίσματος πρέπει να καθορίζω πάντα το σημείο που αρχίζω τον σχεδιασμό (θα σημειώνεται με αστερίσκο) και το σημείο που σταματώ.*

Η διεύθυνση της $F_{ολ}$ με ένα από τα ανύσματα των ορμών F_1 ή F_2 καθορίζεται από το νόμο των ημιτόνων ως εξής:

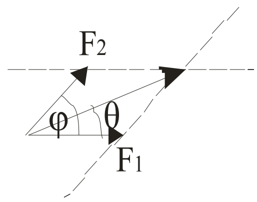
$$\frac{F_1}{ημ\vartheta} = \frac{F_{ολ}}{ημ120}$$

<u>2ος τρόπος: Μέθοδος παραλληλογράμμου</u>

Είναι όμοιος με τον πρώτο τρόπο με μόνη διαφορά αντί του τριγώνου καταλήγουν τελικά σε παραλληλόγραμμο. Για το πιο πάνω παράδειγμα θα εργαζόμουν ως εξής

α) Σχεδιάζω τα ανύσματα των δυνάμεων

β) Σχεδιάζω το ανυσματικό τους άθροισμα δηλαδή σχεδιάζω το τρίγωνο και



γ) Κατασκευάζω το παραλληλόγραμμο και χρησιμοποιώ τον τύπο της συνισταμένης. Η διεύθυνση καθορίζεται και εδώ με βάση τον νόμο των ημιτόνων ήτοι με την σχέση (6)

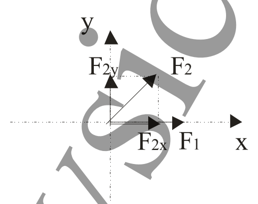
$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2συν60^0} \quad (6)$$

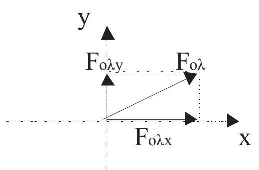
$$\frac{F_1}{ημ\vartheta} = \frac{F_{ολ}}{ημ60}$$

Παρατηρώ δηλαδή ότι η σχέση (6) είναι απολύτως όμοια με την (4) και η (7) με την (5). Πιστεύουμε ότι ο πρώτος τρόπος είναι πιο εύκολος από θέμα σχεδιασμού και ενδείκνυται από τον δεύτερο.

<u>3ος τρόπος: Μέθοδος ανάλυσης σε άξονες</u>

Αναλύω τα διανύσματα όλων των δυνάμεων που δίνονται σε δύο άξονες ένα οριζόντιο και ένα κατακόρυφο (ή γενικά ένα κατά τη διεύθυνση των περισσοτέρων ανυσμάτων και ένα κάθετο σ' αυτά). Στη συνέχεια προσθέτω αλγεβρικά τα διανύσματα στους δύο άξονες και με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου υπολογίζω τη συνολική δύναμη. Ας αναφέρουμε το πιο πάνω παράδειγμα.





Αναλύω την δύναμη του F_2 στον οριζόντιο και στον κατακόρυφο άξονα και έχω

$$F_{ολ\,x} = F_1 + F_2.συν60^0$$

$$F_{ολ\,y} = F_2.ημ60^0$$

Άρα $F_{ολ} = \sqrt{F_{ολ\,x}^2 + F_{ολ\,y}^2} \Rightarrow F_{ολ} = \sqrt{(F_1 + F_2συν60)^2 + (F_2ημ60^0)^2}$ *(8)*

και η διεύθυνση καθορίζεται από την εφαπτομένη

$$εφθ = \frac{F_2ημ60^0}{F_1 + F_2συν60^0} \quad (9)$$

γ) Όταν έχουμε ισορροπία φορτίων ισχύουν κανονικά οι σχέσεις

$$ΣFx=0 \text{ και } ΣFy=0 \quad (10)$$

Στις ασκήσεις εργάζομαι όπως και στη μέθοδο αξόνων με τη διαφορά ότι χρησιμοποιώ τις σχέσεις (10).

<u>Δεύτερη κατηγορία ασκήσεων:</u>

<u>Σύστημα φορτισμένων σωματιδίων περιστρέφεται</u>

Για τον υπολογισμό των ζητουμένων μεγεθών εργαζόμαστε ως εξής:

α) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ενεργούν σε ένα από τα σωματίδια που περιστρέφονται.

β) Υπολογίζω σύμφωνα με τα γνωστά την συνισταμένη δύναμή τους

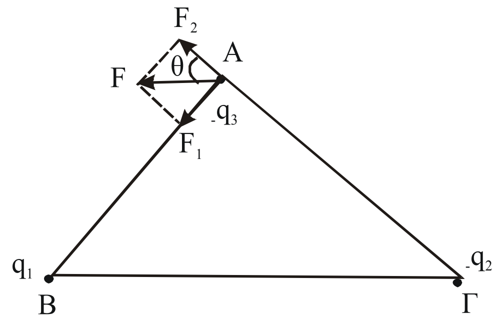
γ) Χρησιμοποιώ τη γνωστή συνθήκη της κεντρομόλου δύναμης $ΣF=F_κ$

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1ο</u>

Θεωρούμε τρία φορτία $q_1=4.10^{-9}$ *Cb,* $q_2=-6.10^{-9}$ *και* $q_3=-8.10^{-9}$ *Cb τα οποία είναι τοποθετημένα αντίστοιχα στις κορυφές ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ με τη γωνία* $Α=90^0$*. Να υπολογίσετε τη συνολική δύναμη που δέχεται το φορτίο* q_1 *από τα άλλα δύο φορτία αν οι κάθετες πλευρές του τριγώνου έχουν μήκη ΑΒ=6 cm και ΑΓ=8 cm. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά* $K_{ηλ}=9.10^9$ $Nt.m^2/Cb^2$ *και* $ημ40^0=0,764$*.*

<u>ΛΥΣΗ</u>

α) Σχεδιάζω τα φορτία στις κορυφές του τριγώνου και τοποθετώ τις δυνάμεις που ενεργούν σε κάθε ένα από αυτά.



β) υπολογίζω τα μέτρα των δυνάμεων χωριστά

$$F_1 = \frac{K.q_1.q_3}{AB^2} \Rightarrow F_1 = \frac{9.10^9.4.10^{-9}.8.10^{-9}}{(6.10^{-2})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{36.8.10^{-9}}{36.10^{-4}} \Rightarrow F_1 = 8.10^{-5}\,Nt$$

$$F_2 = \frac{K.q_2.q_3}{AΓ^2} \Rightarrow F_2 = \frac{9.10^9.6.10^{-9}.8.10^{-9}}{(8.10^{-2})^2} \Rightarrow F_2 = \frac{54.8.10^{-9}}{64.10^{-4}} \Rightarrow F_2 = 6{,}7510^{-5}\,Nt$$

γ) Εφαρμόζω πυθαγόρειο θεώρημα για να υπολογίσω τη συνολική δύναμη που δέχεται το φορτίο q_3*.*

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow \Sigma F = \sqrt{(8.10^{-5})^2 + (6{,}75.10^{-5})^2} \Rightarrow \Sigma F = \sqrt{64.10^{-10} + 45{,}5625.10^{-10}} \Rightarrow$$

$$\Sigma F = 10{,}47.10^{-5}\ Nt$$

Στη συνέχεια βρίσκω και τη διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης

$$\frac{F}{\eta\mu 90^0} = \frac{F_1}{\eta\mu\theta} \Rightarrow \frac{10{,}47.10^{-5}}{1} = \frac{8.10^{-5}}{\eta\mu\theta} \Rightarrow \eta\mu\theta = 0{,}764 \Rightarrow \theta = 40^0$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2ο

Δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία q_1=-9 μCb και q_2=-8 μCb τοποθετούνται στον κατακόρυφο άξονα και στις θέσεις αντίστοιχα y_1=6 m και y_2=-4 m. Να υπολογίσετε την θέση στην οποία πρέπει να τοποθετήσουμε ένα τρίτο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο q_3 ώστε αυτό να ισορροπεί. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_{\eta\lambda}=9.10^9\ Nt.m^2/Cb^2$

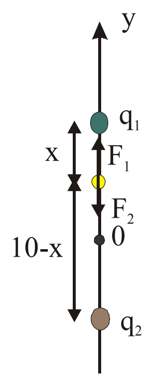
ΛΥΣΗ

α) Σχεδιάζω τα φορτία και τοποθετώ τις δυνάμεις που ενεργούν σε κάθε ένα από αυτά.

β) υπολογίζω τα μέτρα των δυνάμεων χωριστά

$$F_1 = \frac{K.q_1.q_3}{x^2} \Rightarrow F_1 = \frac{9.10^9.9.10^{-6}.q_3}{x^2} \Rightarrow F_1 = \frac{81.10^3}{x^2}$$

$$F_2 = \frac{K.q_2.q_3}{(10-x)^2} \Rightarrow F_2 = \frac{9.10^9.8.10^{-6}.q_3}{(10-x)^2} \Rightarrow F_2 = \frac{72.10^3}{(10-x)^2}$$



γ) Εφαρμόζω συνθήκες ισορροπίας για το φορτίο q_3

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow F_1 - F_2 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{81.10^3}{x^2} = \frac{72.10^3}{(10-x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8x^2 = 9(10-x)^2 \Rightarrow \sqrt{8x^2} = \sqrt{9(10-x)^2} \Rightarrow 2\sqrt{2}x = 3(10-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2{,}8x = 30 - 3x \Rightarrow 5{,}8x = 30 \Rightarrow x = 5{,}17m$$

Στο πιο πάνω πρόβλημα θεωρήσαμε ότι το φορτίο q_3 είναι θετικά φορτισμένο. Αυτό δεν έχει ιδιαίτερη σημασία στη λύση του προβλήματος.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3ο

Να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα του στο άτομο του υδρογόνου εάν η ακτίνα περιστροφής του είναι ίση με $r=10^{-8}$ m. Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e=9.10^{-31}$ Kgr, το φορτίο του ηλεκτρονίου $q_e=1{,}6.10^{-19}$ Cb και η ηλεκτρική σταθερά $K_{\eta\lambda}=9.10^9\ Nt.m^2/Cb^2$.

ΛΥΣΗ

Στο ηλεκτρόνιο ενεργεί η δύναμη Coulomb που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης μέσω της οποίας αυτό περιστρέφεται γύρω από το πυρήνα. Έτσι έχουμε

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow F_C = \frac{m.\upsilon^2}{R} \Rightarrow \frac{k.q_e.q_p}{R^2} = \frac{m.\upsilon^2}{R} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{k.q_e.q_p}{R.m}} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{9.10^9.1{,}6.10^{-19}.1{,}6.10^{-19}}{10^{-8}.9.10^{-31}}}$$

$$\Rightarrow \upsilon = 1{,}6.10^5\ m/sec$$