ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

1. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΟΥΝ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ.

Για να δείξω ότι ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση ακολουθώ τον εξής τρόπο.

I. *Σχεδιάζω το σχήμα και τοποθετώ τις δυνάμεις στην θέση ισορροπίας. Στη θέση ισορροπίας εφαρμόζω τη γνωστή συνθήκη ισορροπίας ΣF=0.*

II. *Σχεδιάζω το σχήμα και τοποθετώ τις δυνάμεις σε τυχαία θέση. (Ευκολότερα λύνεται η άσκηση αν στην τυχαία θέση σχεδιάσω* ***τις αρχικές δυνάμεις, της θέσης ισορροπίας, και τις επιπρόσθετες που ενεργούν στο σώμα)****. Στην θέση αυτή τοποθετώ στο σχεδιάγραμμα ταλάντωσης και την συνισταμένη δύναμη δηλαδή τη δύναμη επαναφοράς, πάντα κατά τον άξονα της κίνησης του σώματος.*

III. *Χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες σχέσεις υπολογίζω την συνισταμένη δύναμη. Εάν τελικά αυτή προκύψει ανάλογη τις απομάκρυνσης (ΣF=±Dx) τότε το σώμα θα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με σταθερά ταλάντωσης το σταθερό μέρος της σχέσης.*

IV. *Υπολογίζω την περίοδο ταλαντώσεως θέτοντας στη σχέση* $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}}$ *όπου D την σταθερά που βρήκαμε.*

V. *Η ίδια εργασία γίνεται και όταν δεν ζητά η άσκηση την απόδειξη της γραμμική αρμονική ταλάντωση αλλά μόνο την περίοδο ταλαντώσεως.*

2. ΕΙΔΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.

Σε ασκήσεις ταλάντωσης φορτίων και αερίων μέσα σε σωλήνες χρησιμοποιούνται για τη λύση της άσκησης ειδικές συνθήκες που αναφέρονται στην εκφώνηση της άσκησης. *Ο τρόπος που ακολουθούμε για τη λύση των ασκήσεων είναι:*

α. Σχεδιάζω το σχήμα και τοποθετώ τις δυνάμεις στην θέση ισορροπίας και σε τυχαία θέση. Στις ασκήσεις αυτές δεν μπορώ να τοποθετήσω τις επιπλέον δυνάμεις. Έτσι τοποθετώ τις τελικές δυνάμεις στην τυχαία θέση.

β. Εφαρμόζω συνθήκη ισορροπίας στη θέση ισορροπίας.

γ. Υπολογίζω την συνισταμένη δύναμη στην τυχαία θέση.

δ. Εάν υπάρχουν άγνωστα μεγέθη εφαρμόζω τους νόμους του 3ου και 9ου κεφαλαίου για την αντικατάσταση τους.

ε. Στην τελική σχέση που προκύπτει μετά τις πράξεις κάνω τις προσεγγίσεις στην απόσταση που δίνονται από την άσκηση και καταλήγω στην γνωστή σχέση ΣF=-Dx η οποία αποδεικνύει ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση.

3.ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΠΟΥ ΕΝΕΡΓΟΥΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΩΜΑΤΩΝ.

Ένα από τα σημαντικότερα θέματα που εμφανίζεται στις ταλαντώσεις είναι ο σχεδιασμός και ο υπολογισμός των δυνάμεων που ενεργούν σε κάθε σώμα χωριστά ενός συστήματος σωμάτων, που *εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Όταν σχεδιάζουμε δυνάμεις πρέπει να προσέχουμε σε ποιο σώμα ενεργούν οι δυνάμεις των ελατηρίων και ποιες δυνάμεις επαφής ενεργούν στα σώματα.*

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι κατά την ταλάντωση ενός συστήματος σωμάτων θα πρέπει να θυμούμαστε ότι η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι διαφορετική από την σταθερά επαναφοράς κάθε σώματος. ***Δηλαδή κάθε σώμα έχει την δικιά του σταθερά επαναφοράς.*** *Για τον υπολογισμό της χρησιμοποιούμε τους εξής τρόπους:*

Α) *Εάν δίνεται η περίοδος του συστήματος των σωμάτων τότε υπολογίζουμε την κυκλική συχνότητα ω και χρησιμοποιούμε τη γνωστή σχέση του σχολικού βιβλίου $D = m.\omega^2$ για κάθε μάζα χωριστά. Π.χ.*

Για την μάζα m_1 θα έχουμε $D_1 = m_1.\omega^2$

Για την μάζα m_2 θα έχουμε $D_2 = m_2.\omega^2$ *κ.λ.π*

Β) *Εάν δεν δίνεται η περίοδος του συστήματος των σωμάτων τότε υπολογίζουμε την σταθερά επαναφοράς κάθε σώματος ως εξής:*

Έστω D_1 η σταθερά επαναφοράς του σώματος μάζας m_1 και D η σταθερά επαναφοράς του συστήματος των σωμάτων. Θα έχουμε:

$$\begin{matrix} D_1 = m_1.\omega^2 \\ D = (m_1 + m_2 + \ldots).\omega^2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{D_1}{D} = \frac{m_1}{(m_1 + m_2 + \ldots)} \Rightarrow D_1 = D.\frac{m_1}{(m_1 + m_2 + \ldots)}$$

Όμοια εργαζόμαστε και για κάθε άλλο σώμα του συστήματος των σωμάτων που εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση.

Πρέπει να προσέχουμε ιδιαίτερα πως εφαρμόζουμε την συνθήκη της ταλάντωσης. *Εάν την εφαρμόζουμε για ένα σώμα από το σύστημα τότε σχεδιάζω τις δυνάμεις σε αυτό και παίρνω*

$$F_{\varepsilon\pi 1} = -D_1.x$$

όπου D_1 η σταθερά επαναφοράς του σώματος (με $D_1 = m_1.\omega^2$).

Εάν την εφαρμόζουμε για το σύστημα τότε σχεδιάζω τις δυνάμεις στο σύστημα και παίρνω

$$F_{\varepsilon\pi} = -D.x$$

όπου D η σταθερά επαναφοράς του συστήματος.

4.ΧΑΣΗΜΟ ΕΠΑΦΗΣ.

Όταν έχουμε ταλάντωση ενός συστήματος σωμάτων τότε μπορεί να ζητηθεί να υπολογίσουμε την τιμή κάποιου μεγέθους όταν χάνεται η επαφή μεταξύ τους. Ανάλογα με την κίνηση των σωμάτων κατακόρυφα ή οριζόντια εργαζόμαστε ως εξής.

Α. ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΙΝΗΣΗ

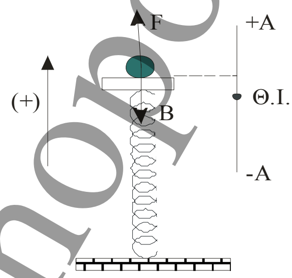
Ι. *Σχεδιάζω το σύστημα στη θέση ισορροπίας και εφαρμόζω τις δυνάμεις.*

II. *Σχεδιάζω δεύτερο σχήμα σε τυχαία θέση και σημειώνω τις δυνάμεις σε ένα από τα δύο σώματα και συγκεκριμένα σ' αυτό που θα χάσει την επαφή (σώμα 1)*

III. *Γράφω την συνθήκη της γραμμική αρμονικής ταλάντωσης στην τυχαία θέση για το σώμα 1, προσέχοντας τα πρόσημα των δυνάμεων δηλ.*

$$F_{επ1} = -D_1.x \Rightarrow F - B_1 = -D_1.x \Rightarrow F = B_1 - D_1.x \Rightarrow F = m_1.g - D_1.x \quad (1)$$

IV. *Η παραπάνω σχέση μας δίνει για x=A την ελάχιστη τιμή της δύναμης F ($F_{επ}=F_{min}$) και για x=-A την μέγιστη τιμή της δύναμης F ($F_{επ}=F_{max}$).*



V. *Για να μην χάνεται η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων θα πρέπει*

$$F_{min} > 0 \Rightarrow m_1.g - D_1.x > 0 \Rightarrow m_1.g > D_1.x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x < \frac{m_1.g}{D_1} \Rightarrow A_{max} \cong \frac{m_1.g}{D_1}$$

όπου $D_1=m_1.ω^2$, m η μάζα του σώματος που τείνει να χάσει την επαφή (σώμα 1).

VI. *Για να χάνεται η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων πρέπει*

$$F_{min} = 0 \Rightarrow m_1.g - D_1.x = 0 \Rightarrow m_1.g = D_1.x \Rightarrow x = \frac{m_1.g}{D_1} \Rightarrow A_{max} = \frac{m_1.g}{D_1}$$

όπου $D_1=m_1.ω^2$, m η μάζα του σώματος που τείνει να χάσει την επαφή (σώμα 1).

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

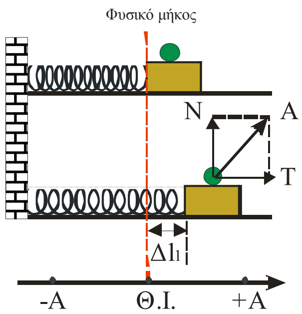
Εάν στη σχέση (1) αντικαταστήσω την σταθερά επαναφοράς D_1 με την γνωστή σχέση $D_1=m_1.ω^2$, παρατηρούμε ότι η δύναμη F εξαρτάται είτε από το πλάτος ταλάντωσης x, είτε από τη κυκλική συχνότητα ω. Οπότε χάσιμο επαφής μπορεί να επιτύχουμε

Α. Με αύξηση του πλάτους ταλάντωσης διατηρώντας την περίοδο του συστήματος που ταλαντώνεται σταθερή και

Β. Με αύξηση της συχνότητας ταλάντωσης διατηρώντας το πλάτος ταλάντωσης του συστήματος σταθερό.

Β. ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΚΙΝΗΣΗ

I. *Σχεδιάζω το σύστημα στη θέση ισορροπίας και εφαρμόζω τις δυνάμεις.*



II. *Σχεδιάζω δεύτερο σχήμα σε τυχαία θέση και σημειώνω τις δυνάμεις σε ένα από τα δύο σώματα και συγκεκριμένα σ' αυτό που θα χάσει την επαφή (σώμα 1)*

III. *Γράφω την συνθήκη της γραμμική αρμονικής ταλάντωσης στην τυχαία θέση για το σώμα 1, προσέχοντας τα* *πρόσημα των δυνάμεων (προσέξτε ότι εφόσον το σώμα 2 κινείται προς τα δεξιά το σώμα 1 τείνει να κινηθεί λόγω αδράνειας προς την αντίθετη κατεύθυνση και επομένως η φορά της τριβής θα έχει τη φορά κίνησης του σώματος 1) δηλ.*

$$F_{επ} = -D_1.x \Rightarrow T = -(-D_1.x) \Rightarrow T = D_1.x \quad (2)$$

IV. *Όταν δεν έχουμε ολίσθηση του σώματος 1 στο σώμα 2 τότε η τριβή Τ είναι η στατική και ισχύει*

$$T \le \mu.N \xrightarrow{(2)} D_1.x \le \mu.N \Rightarrow x \le \frac{\mu.m_1.g}{D_1} \Rightarrow A_{max} = \frac{\mu.m_1.g}{D_1}$$

Από την παραπάνω σχέση μπορώ να υπολογίσω το ζητούμενο μέγεθος όποιο και αν είναι.

5.ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος καθορίζει τη μεταβολή της ορμής του σώματος κάθε δευτερόλεπτο, δίνεται από τη γενική μορφή του θεμελιώδους νόμου του Νεύτωνα και έχει μονάδες στο S.I. το kgr.m/sec^2.

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F}$$

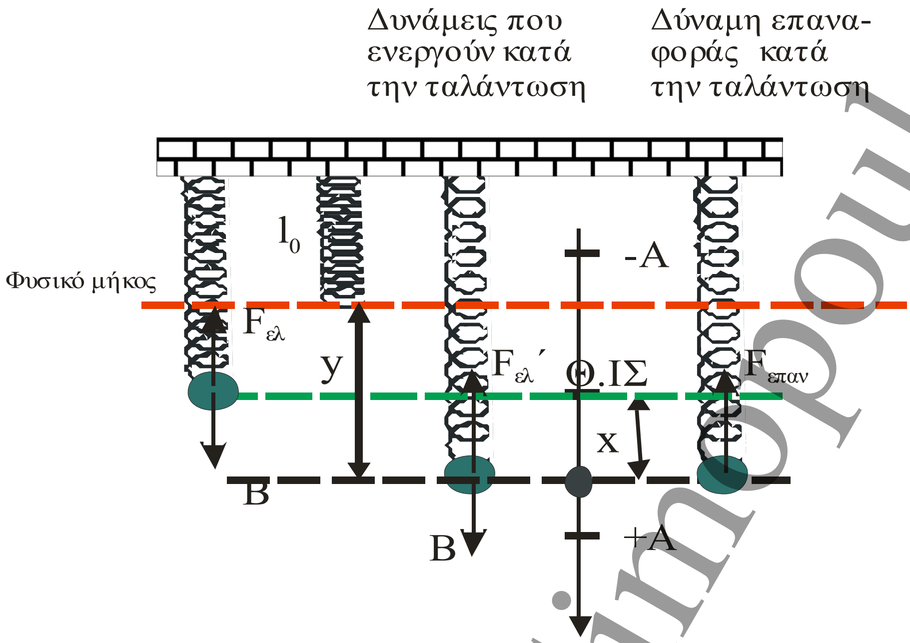
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Στις ασκήσεις με ελατήρια έχει μεγάλη σημασία να προσέχουμε τη σωστή γραφή των μεγεθών διότι η σχέση της δύναμης επαναφοράς $F_{επαν}$ και η σχέση της δύναμης του ελατηρίου $F_{ελατ}$ φαίνεται να μοιάζουν μεταξύ τους. Αυτό φυσικά δεν ισχύει διότι αν και χρησιμοποιούμε τα ίδια σύμβολα για την απομάκρυνση (x) και στις δύο σχέσεις αυτά είναι τελείως διαφορετικά. Συγκεκριμένα

Α) Η απομάκρυνση x στη σχέση της δύναμης επαναφοράς δηλώνει την απόσταση του σώματος από την θέση ισορροπίας.

Β) Η απομάκρυνση x στη σχέση της δύναμης του ελατηρίου δηλώνει την απόσταση του σώματος από την θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Έτσι τα δύο σύμβολα δηλώνουν τελείως διαφορετικές αποστάσεις και για το λόγο αυτό θα ήταν καλλίτερα να γράφονται με διαφορετικούς συμβολισμούς π.χ. η απομάκρυνση της δύναμης του ελατηρίου να συμβολίζεται με y ή με Δl. Στο σχήμα που ακολουθεί παρατηρείστε με μεγάλη προσοχή τις απομακρύνσεις που αναφέρουμε για την κατανόηση και την αποφυγή λαθών.


Δυνάμεις που ενεργούν κατά την ταλάντωση
Δύναμη επαναφοράς κατά την ταλάντωση
Φυσικό μήκος
l_0
$F_{ελ}$
y
B
$F_{ελ}'$
B
Θ.ΙΣ
-A
x
+A
$F_{επαν}$