

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Όπως βλέπουμε και από τη θεωρία του Σχολικού βιβλίου η ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση εκφράζεται με τις σχέσεις,

- Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση

$$U = \frac{1}{2} D \cdot x^2$$

- Κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την ταχύτητα.

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

- Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο

$$U = \frac{1}{2} D \cdot x^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} D \cdot A^2 \cdot \eta\mu^2\omega t \Rightarrow U = E_{\omega} \cdot \eta\mu^2\omega t$$

- Κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega t \Rightarrow K = E_{\omega} \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

Όπως γνωρίζουμε ισχύει η αρχή διατήρησης ενέργειας για κάθε ταλαντευόμενο σύστημα μεταξύ δύο τυχαίων θέσεων ταλάντωσης δηλαδή

$$K_{\max} = U_{\max} = (K + U)_{\text{τυχαία θέση}}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ :

Επειδή η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή κατά την κίνηση του σώματος μετατρέπεται από κινητική σε δυναμική ενέργεια και αντίστροφα.

Για τη λύση της άσκησης με τη μέθοδο της ενέργειας ταλάντωσης θεωρώ πάντοτε σαν επίπεδο αναφοράς του συστήματος τη θέση ισορροπίας αυτού. Στη θέση αυτή το σύστημα έχει μέγιστη κινητική ενέργεια και μηδενική δυναμική.

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Σαν επίπεδο αναφοράς χρησιμοποιώ τη θέση ισορροπίας του συστήματος και εφαρμόζω την ενέργεια ταλάντωσης για μια τυχαία θέση και τη θέση ισορροπίας ή μια ακραία θέση. Θα έχω

$$K + U = U_{\max} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} D \cdot x^2 = \frac{1}{2} D \cdot A^2$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Στις ασκήσεις με ελατήρια έχει μεγάλη σημασία να προσέχουμε τη σωστή γραφή των μεγεθών διότι η σχέση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης και η σχέση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου φαίνεται να μοιάζουν μεταξύ τους. Αυτό φυσικά δεν ισχύει διότι αν

και χρησιμοποιούμε τα ίδια σύμβολα για την απομάκρυνση (x) και στις δύο σχέσεις αυτά είναι τελείως διαφορετικά. Συγκεκριμένα

A) Η απομάκρυνση x στη σχέση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης δηλώνει την απόσταση του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

B) Η απομάκρυνση x στη σχέση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου δηλώνει την απόσταση του σώματος από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

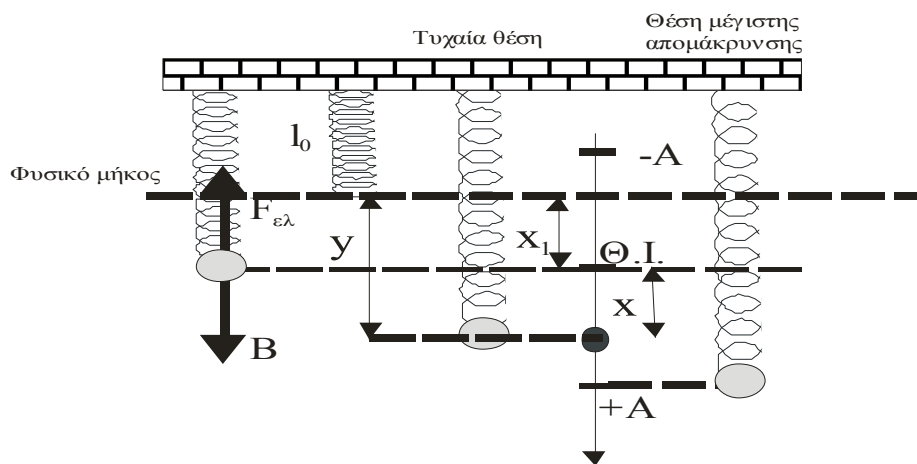
Έτσι τα δύο σύμβολα δηλώνουν τελείως διαφορετικές αποστάσεις και για το λόγο αυτό θα ήταν καλλίτερα να γράφονται με διαφορετικούς συμβολισμούς π.χ. η απομάκρυνση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου να συμβολίζεται με $\Delta \ell$ ή y .

Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα θα έχουμε τις αντίστοιχες σχέσεις για τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην τυχαία θέση

$$U = \frac{1}{2} D \cdot x^2 \quad \text{και} \quad U_{\text{ελ}} = \frac{1}{2} K \cdot y^2$$

Οι μέγιστες τιμές για τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου εμφανίζονται στην ακραία θέση ταλάντωσης ($+A$) και δίνονται από τις αντίστοιχες σχέσεις

$$U = \frac{1}{2} D \cdot A^2 \quad \text{και} \quad U_{\text{ελ}} = \frac{1}{2} K \cdot (x_1 + A)^2$$

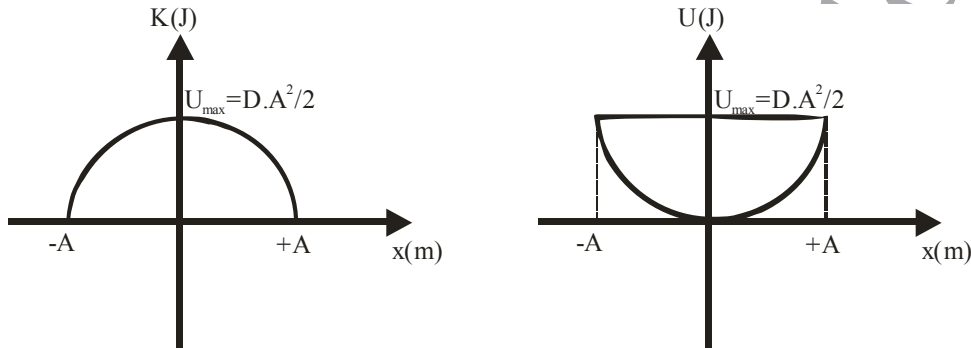


Εικόνα 3-3. Ελατήριο και ταλάντωση

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Οι γραφικές παραστάσεις της ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο και είναι ημιτονοειδείς. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δώσουμε στο ότι οι γραφικές παραστάσεις δεν παίρνουν αρνητικές τιμές διότι το ημίτονο και το συνημίτονο είναι υψωμένα στο τετράγωνο και θα πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα την τιμή της περιόδου στο διάγραμμα.

Οι γραφικές παραστάσεις της ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Προσοχή στο σχεδιασμό της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση όπου για να καθορίσουμε τη σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ενέργειας ταλάντωσης δηλαδή



$$K + U = U_{\max} \Rightarrow K = U_{\max} - U \Rightarrow K = \frac{1}{2} D \cdot A^2 - \frac{1}{2} D \cdot x^2 \quad (1)$$

Θέτοντας τις τιμές στη σχέση (1) $x = +A$, και $x = -A$ υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές της κινητικής ενέργειας.

ΡΥΘΜΟΙ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΜΕΓΕΘΩΝ

Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους καθορίζεται από δύο σχέσεις:

Μέσος ρυθμός μεταβολής $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ και γενικά για την ενέργεια $\frac{\Delta E}{\Delta t} = F \cdot v$ όπου v η μέση ταχύτητα κινήσεως και

Στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής $(\frac{\Delta x}{\Delta t})_{\text{στ}}$ και γενικά για την ενέργεια $\frac{\Delta E}{\Delta t} = F \cdot v$ όπου v η στιγμιαία ταχύτητα στην καθορισμένη θέση που θα δίνεται από την άσκηση.

Συγκεκριμένα έχουμε:

- το ρυθμό μεταβολής της θέσης ενός σώματος $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \vec{v}$ που δηλώνει την ταχύτητα του σώματος
- το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας ενός σώματος $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$ που δηλώνει την επιτάχυνση του σώματος
- το ρυθμό μεταβολής της ορμής ενός σώματος $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F}$ που δηλώνει την συνισταμένη δύναμη του σώματος
- το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} \cdot \vec{v}$ και
- το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας $\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\Sigma \vec{F} \cdot \vec{v}$