

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΠΥΚΝΩΤΗΣ

Πυκνωτή ονομάζουμε ένα σύστημα δυο αγωγών οι οποίοι βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους και φέρουν ίσα και αντίθετα ηλεκτρικά φορτία. Χαρακτηριστικό μέγεθος των πυκνωτών είναι η χωρητικότητα η οποία ορίζεται ανάλογα με την χωρητικότητα του αγωγού. Χωρητικότητα (C) ονομάζουμε το σταθερό πηλίκο του φορτίου που έχει ο πυκνωτής προς τη διαφορά δυναμικού που αναπτύσσεται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

$$C = \frac{Q}{V_C}$$

Όπου Q το φορτίο του πυκνωτή και V_C η τάση στα άκρα των οπλισμών του.

Όταν συνδέουμε έναν πυκνωτή με κάποια πηγή για να υπολογίσουμε την πολικότητά του, θα παίρνουμε πάντα την πραγματική φορά του ρεύματος. Ο θετικός πόλος της πηγής συνδέεται με τον θετικό οπλισμό του πυκνωτή, ενώ ο αρνητικός πόλος συνδέεται με τον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

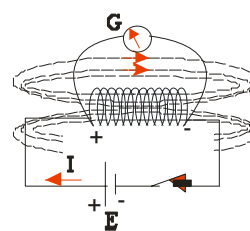
Ο πυκνωτής σε κύκλωμα συνεχούς ρεύματος λειτουργεί σαν ανοικτός διακόπτης δηλαδή ο κλάδος στον οποίο συνδέεται ο πυκνωτής δεν διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.

Κάθε φορτισμένος πυκνωτής εμφανίζει στο εσωτερικό του ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και επομένως αποθηκεύει ενέργεια. Η ενέργεια αυτή δίνεται από την σχέση

$$U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$$

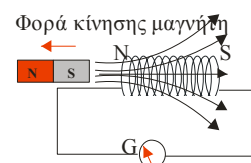
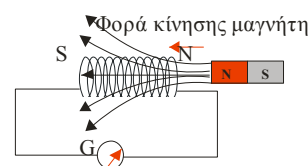
ΠΗΝΙΟ ΠΟΥ ΔΙΑΡΡΕΕΤΑΙ ΑΠΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

Στο εσωτερικό ενός πηνίου που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα εμφανίζεται ομογενές μαγνητικό πεδίο του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες στον άξονα του πηνίου. Η φορά των μαγνητικών δυναμικών γραμμών καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού (ο αντίχειρας δηλώνει τη φορά του μαγνητικού πεδίου).



ΠΗΝΙΟ ΠΟΥ ΔΕΝ ΔΙΑΡΡΕΕΤΑΙ ΑΠΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

Συνδέω τα άκρα ενός πηνίου με γαλβανόμετρο G και πλησιάζω προς αυτό τον βόρειο πόλο ενός μαγνήτη. Μόλις ο πόλος του μαγνήτη εισέρχεται στο πηνίο παρατηρώ την μετακίνηση της βελόνας του γαλβανομέτρου πράγμα που σημαίνει ότι περνά από αυτό ηλεκτρικό ρεύμα. Το ρεύμα θα διαρκέσει μέχρι ο μαγνήτης να εισέλθει στο πηνίο. Κατά την κίνηση του



μαγνήτη μέσα στο πηνίο δεν εμφανίζεται ηλεκτρικό ρεύμα. Επίσης παρατηρώ ότι η ένταση του ρεύματος αυξάνει αν πλησιάσουμε πιο γρήγορα τον μαγνήτη, και η φορά του αλλάζει όταν αλλάξουμε τον πόλο του μαγνήτη (τοποθετήσω τον νότιο αντί του βορείου). Ακόμη την διέλευση ρεύματος από το γαλβανόμετρο παρατηρώ και όταν περιστρέψω το πηνίο μπροστά από σταθερά τοποθετούμενο μαγνήτη.

Ποια είναι η αιτία επομένως που προκαλεί την εμφάνιση του ηλεκτρικού ρεύματος; Φυσικά η μεταβολή της μαγνητικής ροής. Κατά την κίνηση του μαγνήτη κοντά στο πηνίο αλλά η διάταξη των δυναμικών γραμμών του πεδίου με αποτέλεσμα να έχω μεταβολή της μαγνητικής επαγωγής του πεδίου. Τότε όμως έχω μεταβολή της μαγνητικής ροής που περνά από κάθε σπείρα του πηνίου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης στα άκρα του πηνίου και την διέλευση από αυτό ηλεκτρικού ρεύματος. Η ηλεκτρεγερτική αυτή δύναμη ονομάζεται επαγωγική τάση.

Θεωρώ κάποιο πηνίο το οποίο είναι συνδεδεμένο με τους πόλους γεννήτριας και φέρει διακόπτη. Αν ανοίγω και κλείνω τον διακόπτη συνεχώς παρατηρώ στα άκρα του, την εμφάνιση διαφοράς δυναμικού (Η.Ε.Δ.). Αυτή οφείλεται στην μεταβολή της μαγνητικής ροής που προήλθε από μεταβολή της μαγνητικής επαγωγής κατά το άνοιγμα και κλείσιμο του διακόπτη του κυκλώματος. **Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται αυτεπαγωγή** και είναι αυτό που εμφανίζεται στα ιδανικά κυκλώματα Thomson (κυκλώματα πηνίου και πυκνωτή που εκτελούν ηλεκτρική ταλάντωση).

Επομένως **α υ τ ε π α γ ω γ ή** ονομάζουμε το φαινόμενο εκείνο κατά το οποίο εμφανίζεται **ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα ενός πηνίου όταν μεταβάλλουμε το ηλεκτρικό ρεύμα στο ίδιο το πηνίο.** Η τάση από αυτεπαγωγή δίνεται από την σχέση

$$E_{\text{αυτ}} = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Όπου L ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου και $\Delta i/\Delta t$ ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα.

Όταν συνδέουμε έναν πηνίο με κάποια πηγή για να υπολογίσουμε την πολικότητά του, θα παίρνουμε πάντα την πραγματική φορά του ρεύματος. Το άκρο του πηνίου που συνδέεται με τον θετικό πόλο της πηγής εμφανίζεται με θετικό δυναμικό και το άκρο του πηνίου που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής εμφανίζεται με αρνητικό δυναμικό

Κάθε πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα εμφανίζει στο εσωτερικό του ομογενές μαγνητικό πεδίο και επομένως αποθηκεύει ενέργεια. Η ενέργεια αυτή δίνεται από την σχέση

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Το πρόσημο (-) τοποθετείται στην σχέση μόνο εφόσον δεν μπορούμε να καθορίσουμε την πολικότητα της πηγής. Εάν αυτή καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού ή τον κανόνα των τριών δακτύλων η σχέση (1) γράφεται χωρίς το πρόσημο το οποίο όπως αναφέρεται και στο σχολικό δηλώνει τον νόμο του Lenz.

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Ας μελετήσουμε τη διαδικασία ταλάντωσης ενός κυκλώματος $L-C$ με την προϋπόθεση ότι ο πυκνωτής αρχικά έχει φορτιστεί από πηγή (όπως αναφέρεται στο σχολικό βιβλίο).

Τα φορτία του πυκνωτή αρχίζουν να κινούνται στο κύκλωμα και εισέρχονται στο πηνίο. Τότε δημιουργείται στα άκρα του πηνίου επαγωγική τάση, η οποία δημιουργεί ρεύμα αντίθετου φοράς από αυτό που διαρρέει το κύκλωμα με σκοπό να μην επιτρέψει τα φορτία να περάσουν δια μέσου του πηνίου. Αυτό έχει σαν συνέπεια να καθυστερεί το ρεύμα να περάσει από το πηνίο και έτσι γίνεται συσσώρευση φορτίων. Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο αυξάνει μέχρι να πάρει την μέγιστη τιμή του I . Αυτό επιτυγχάνεται μετά από χρόνο $t=T/4$ από την έναρξη της ταλάντωσης.

Στη συνέχεια τα φορτία, διατηρώντας την κίνηση τους, αρχίζουν να εξέρχονται από το πηνίο. Τότε δημιουργείται στα άκρα του πηνίου επαγωγική τάση, η οποία δημιουργεί ρεύμα αντίθετου φοράς από αυτό που διαρρέει το κύκλωμα με σκοπό να διατηρήσει τα φορτία στο εσωτερικό του πηνίου. Έτσι το ρεύμα συνεχώς μειώνεται, τα φορτία αρχίζουν να αποθηκεύονται στον οπλισμό του πυκνωτή στον οποίο φτάνουν. Με τη πάροδο του χρόνου το ρεύμα μηδενίζεται και ο πυκνωτής αποκτά πάλι το μέγιστο φορτίο του. Τώρα όμως έχει φορτιστεί με αντίθετη πολικότητα. Αυτό επιτυγχάνεται μετά από χρόνο $t=T/2$ από την έναρξη της ταλάντωσης.

Το φαινόμενο συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο οπότε στη συνέχεια εκφορτίζεται ο πυκνωτής και το πηνίο διαρρέεται από μέγιστο ρεύμα αντίθετου φοράς προς την αρχική. Τέλος το ρεύμα και πάλι μειώνεται στο πηνίο και φορτίζεται ο πυκνωτής με πολικότητα ίδια με την αρχική.

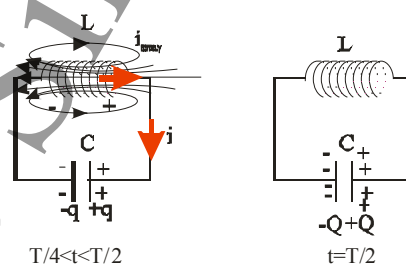
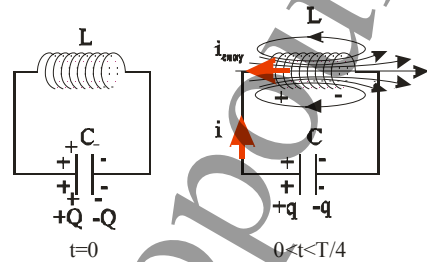
Γενικά στα κυκλώματα $L-C$ ή κυκλώματα Thomson διακρίνουμε δύο κατηγορίες προβλημάτων:

A) Ο πυκνωτής αρχικά συνδέεται με πηγή οπότε αποκτά φορτίο Q και στη συνέχεια αποσυνδέεται από τη πηγή και συνδέεται με το πηνίο.

B) Το πηνίο είναι αρχικά συνδεδεμένο με πηγή οπότε διαρρέεται από ρεύμα I και στη συνέχεια αποσυνδέεται από τη πηγή και συνδέεται με πυκνωτή.

Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι σχεδιάζουμε υποχρεωτικά κάθε διάγραμμα ταλάντωσης όπως και στο μηχανικό σύστημα με τη διαφορά ότι στη θέση του πλάτους της απομάκρυνσης τοποθετώ το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή.

Θα μελετήσουμε κάθε κατηγορία χωριστά.



A) Ας θεωρήσουμε κύκλωμα που αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα C , και πηνίο με αυτεπαγωγή L και διακόπτη δ . Όταν ο διακόπτης είναι στη θέση α φορτίζουμε τον πυκνωτή από την πηγή με τάση E οπότε αυτός αποκτά φορτίο που δίνεται από την σχέση

$$Q = C.V \Rightarrow Q = C.E \quad (1)$$

Στη συνέχεια μεταφέρω τον διακόπτη στη θέση β και παρατηρώ μια μετακίνηση φορτίων από τον πυκνωτή στο πηνίο και αντίθετα. Αυτό γίνεται συνεχώς όταν το κύκλωμα είναι ιδανικό.

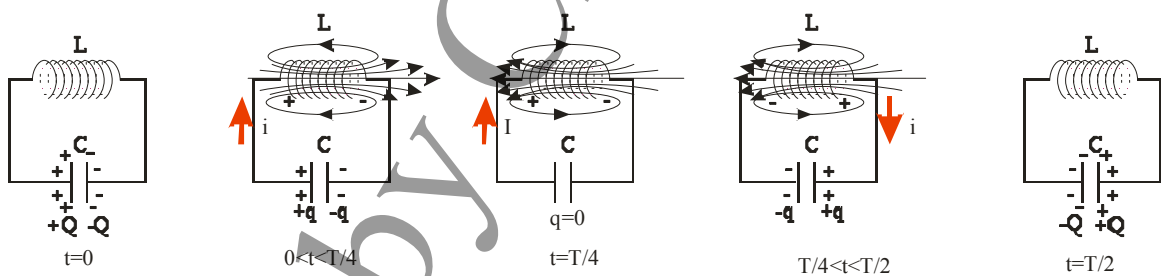
Στην παραπάνω αναφορά ο πυκνωτής ξεκινά τη ταλάντωση του κυκλώματος μετά την φόρτισή του από την πηγή. Έτσι το κύκλωμα εμφανίζει αρχική φάση $\pi/2$. Οι χρονικές εξισώσεις του φορτίου και του ρεύματος δίνονται από τις σχέσεις

$$q = Q\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (2) \quad \text{και} \quad i = I\sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (3)$$

Οι εξισώσεις των ενεργειών δίνονται από τις σχέσεις

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \eta\mu^2(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{και} \quad U_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} LI^2 \sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

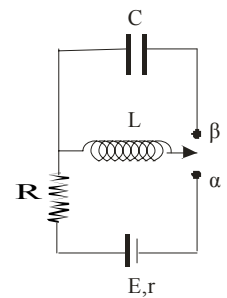
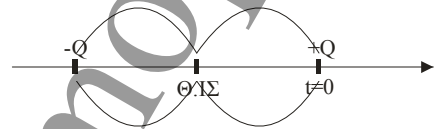
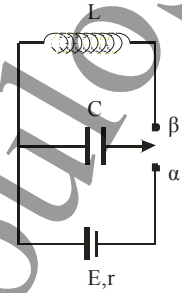
Παρατηρήστε στα σχήματα που ακολουθούν τη μετατροπή της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου στη πρώτη ημιπερίοδο ταλάντωσης του κυκλώματος.



B) Στην δεύτερη περίπτωση έχουμε το πηνίο να διαρρέεται από ρεύμα και ο πυκνωτής να είναι αφόρτιστος. Όταν ο διακόπτης είναι στη θέση α το κύκλωμα διαρρέεται από το μέγιστο ρεύμα το οποίο δίνεται από την σχέση

$$I = \frac{E}{R + r} \quad (4)$$

Στη συνέχεια μεταφέρω τον διακόπτη στη θέση β και παρατηρώ μια μετακίνηση φορτίων από το πηνίο στον πυκνωτή και αντίθετα. Αυτό γίνεται συνεχώς όταν το κύκλωμα είναι ιδανικό.

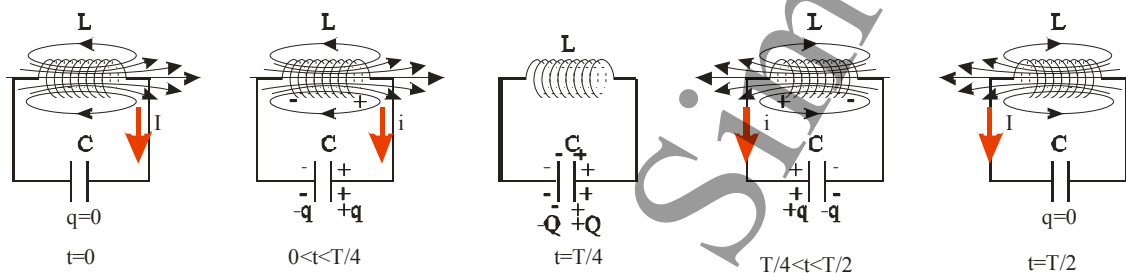


Στην παραπάνω αναφορά το κύκλωμα ξεκινά τη ταλάντωση από την θέση ισορροπίας. Έτσι το κύκλωμα δεν εμφανίζει αρχική φάση. Οι χρονικές εξισώσεις του φορτίου και του ρεύματος δίνονται από τις σχέσεις

$$q = Q \eta \mu \omega t \quad (5) \quad \text{και} \quad i = I \sigma \upsilon \nu \omega t \quad (6)$$

Οι εξισώσεις των ενεργειών δίνονται από τις σχέσεις

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \eta^2 \mu^2 \omega t \quad \text{και} \quad U_B = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I^2 \sigma \upsilon \nu^2 \omega t$$



Για τις ασκήσεις αναφέρουμε ότι ισχύουν ακριβώς οι αντίστοιχοι τύποι και ότι κάθε άσκηση ηλεκτρικού κυκλώματος μετασχηματίζεται και λύνεται όπως ακριβώς και στο μηχανικό σύστημα ελατηρίου - μάζας.

Επομένως είναι σαν να έχω μια ταλάντωση σε μηχανικό κύκλωμα. Μπορούμε να αντιστοιχίσουμε τα μεγέθη του ηλεκτρικού κυκλώματος σε μηχανικό κύκλωμα όπως φαίνεται πιο κάτω

ΜΕΓΕΘΟΣ	ΜΗΧΑΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ
Απομάκρυνση - Φορτίο	x	q
Πλάτος - Μέγιστο φορτίο	A	Q
Εξισώσεις $x=f(t)$ - $q=f(t)$	$x = A \eta \mu \omega t$	$q = Q \eta \mu \omega t$
Ταχύτητα - Ηλεκτρικό ρεύμα	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$
Εξισώσεις $v=f(t)$ - $I=f(t)$	$v = v_0 \cdot \sigma \upsilon \nu \omega t$	$i = I \cdot \sigma \upsilon \nu \omega t$
Μάζα - Αυτεπαγωγή	m	L
Σταθερά επαναφοράς - Χωρητικότητα	D	$\frac{1}{C}$
Δυναμική Ενέργεια - Ενέργεια πυκνωτή	$U = \frac{1}{2} D \cdot x^2$	$U_E = \frac{q^2}{2C}$

Κινητική Ενέργεια - Ενέργεια πηνίου

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

Σχέση μεγεθών

$$D = m \cdot \omega^2$$

$$\frac{1}{C} = L \cdot \omega^2$$

Μέγιστη ταχύτητα - Μέγιστο ρεύμα

$$v_0 = \omega \cdot A$$

$$I = \omega \cdot Q$$

Θα αποδείξουμε με πλήρη αντιστοιχία τις σχέσεις που χρησιμοποιούμε στο μηχανικό σύστημα αφού ισχύουν και για το ηλεκτρικό κύκλωμα (σελ. 11.5)

ΣΧΕΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ - ΕΝΤΑΣΗΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Από τις εξισώσεις του φορτίου και της έντασης του ρεύματος θα έχουμε:

$$q = Q \cdot \eta \mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow q^2 = Q^2 \cdot \eta^2 \mu^2(\omega t + \phi_0) \Rightarrow \eta^2 \mu^2(\omega t + \phi_0) = \frac{q^2}{Q^2} \quad (7)$$

$$i = \omega Q \cdot \sigma \nu \nu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow i^2 = \omega^2 Q^2 \cdot \sigma \nu \nu^2(\omega t + \phi_0) \Rightarrow \sigma \nu \nu^2(\omega t + \phi_0) = \frac{i^2}{\omega^2 Q^2} \quad (8)$$

Αντικαθιστώ στην τριγωνομετρική σχέση τις σχέσεις (7) και (8) οπότε έχω

$$\frac{q^2}{Q^2} + \frac{i^2}{\omega^2 Q^2} = 1 \Rightarrow \omega^2 \cdot q^2 + i^2 = \omega^2 Q^2 \Rightarrow i = \omega \sqrt{Q^2 - q^2} \quad (9)$$

ΣΧΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ - ΠΛΑΤΟΥΣ ΕΝΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΦΟΡΤΙΟΥ

Από την αρχή διατήρησης ενέργειας στο κύκλωμα έχουμε:

$$U_E + U_B = U_{Bmax} \Rightarrow \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{LI^2}{2} \Rightarrow q^2 + LCi^2 = LC I^2 \Rightarrow q^2 = LC I^2 - LC i^2 \Rightarrow$$

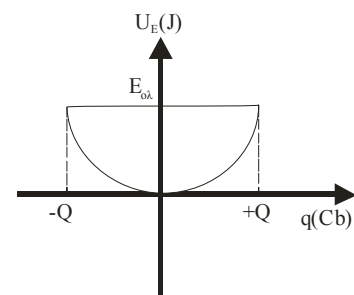
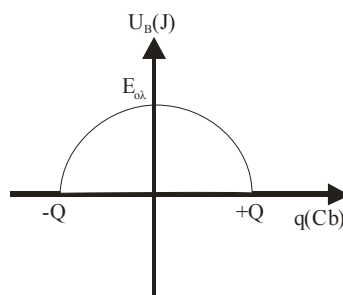
$$q = \sqrt{LC(I^2 - i^2)} \quad (10)$$

Αλλά ακόμη έχουμε $\sqrt{CL} = \frac{1}{\omega}$.

$$\text{Οπότε η (10) γράφεται } q = \frac{\sqrt{I^2 - i^2}}{\omega}$$

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Οι γραφικές παραστάσεις της ενέργειας σε συνάρτηση με τον χρόνο αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο και είναι ημιτονοειδής. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δώσουμε στο ότι οι γραφικές παραστάσεις δεν παίρνουν αρνητικές τιμές διότι το ημίτονο και το συνημίτονο είναι υψωμένα στο τετράγωνο.



Οι γραφικές παραστάσεις της ενέργειας σε συνάρτηση με το φορτίο φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα

ΡΥΘΜΟΙ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΜΕΓΕΘΩΝ

Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας δηλώνουν ισχύ και καθορίζονται από την σχέση

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = P = V \cdot i$$

Συγκεκριμένα έχουμε:

1) το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή

$$\frac{\Delta U_E}{\Delta t} = V_C \cdot i$$

2) το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου

$$\frac{\Delta U_B}{\Delta t} = V_L \cdot i$$

Επειδή στο κύκλωμα δεν υπάρχουν αντιστάσεις κάθε χρονική στιγμή η τάση στα άκρα του πυκνωτή θα είναι ίση με την τάση στα άκρα του πηνίου, έτσι οι ρυθμοί θα είναι πάντοτε ίσοι με τη διαφορά ότι όταν ο ένας αυξάνεται ο άλλος θα μειώνεται δηλαδή είναι αντίθετοι. Ισχύει

$$V_C = V_L$$

Πρέπει να αναφέρουμε ότι η τάση στα άκρα του πυκνωτή κάθε χρονική στιγμή δίνεται από την εξίσωση

$$V_C = \frac{q}{C} \Rightarrow V_C = \frac{Q \cdot \eta \mu(\omega t + \varphi_0)}{C}$$

ενώ η τάση στα άκρα του πηνίου δίνεται από την σχέση που γνωρίσαμε στην αυτεπαγωγή και είναι δύσκολος ο υπολογισμός της

$$V_L = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΚΥΚΛΩΜΑ L-C.

Οι ασκήσεις αυτές ανάγονται πλήρως στο μηχανικό σύστημα. Έτσι ακολουθούμε τον ίδιο ακριβώς τρόπο με αυτόν της πρώτης κατηγορίας, δηλαδή

- α. Σχεδιάζω το σχεδιάγραμμα ταλάντωσης του σώματος.
- β. Γράφω τις εξισώσεις που μας ενδιαφέρουν.
- γ. Ελέγχω τις ειδικές συνθήκες.
- δ. Αντικαθιστώ τις τιμές του προβλήματος στις εξισώσεις.
- ε. Λύνω το σύστημα των εξισώσεων που προκύπτει ελέγχοντας τις δεκτές τιμές των γωνιών με το σχεδιάγραμμα της ταλάντωσης.