

## ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

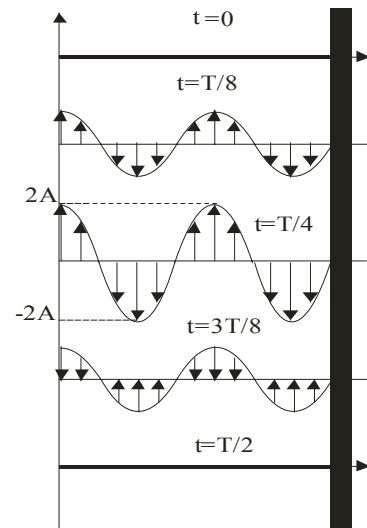
Εάν έχουμε μια πηγή και το στάσιμο κύμα δημιουργείται μετά από ανάκλαση σε σταθερό εμπόδιο πρέπει να γνωρίζουμε ότι :

Η πηγή ξεκινά την ταλάντωσή της από τη θέση  $x=0$  με απομάκρυνση  $y=0$  και κινείται προς το μέγιστο θετικό πλάτος  $+A$ . Αυτό γίνεται συνεχώς μέχρι την στιγμή που το ανακλώμενο κύμα θα φτάσει πάλι στην πηγή. Στην συνέχεια και για να διατηρηθεί το στάσιμο κύμα που δημιουργήθηκε θα πρέπει η πηγή να ταλαντώνεται μεταξύ των ακραίων θέσεων  $\pm 2A$ .

Όπως και στα τρέχοντα κύματα έτσι και στα στάσιμα κύματα οι εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου στο οποίο εξελίσσεται το στάσιμο κύμα δίνονται από τις γνωστές σχέσεις  $v = \omega \cdot A' \cdot \sin \frac{2\pi}{T}$ ,  $a = -\omega^2 \cdot A' \cdot \eta \mu \frac{2\pi}{T}$  όπου  $A'=2A$  το πλάτος του στάσιμου κύματος στο σημείο αυτό.

Το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος σε χρόνο μισής περιόδου φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Για να σχεδιάσω το στιγμιότυπο εξετάζω πόσες ταλαντώσεις έχει πραγματοποιήσει το στάσιμο κύμα και τοποθετώ τις κοιλίες στις αντίστοιχες θέσεις. Οι δεσμοί παραμένουν στις αρχικές τους θέσεις.

Π.χ. Αν δίνεται να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος κάποια χρονική στιγμή  $t=1,25 \text{ sec}$  και η περίοδος των κυμάτων που συμβάλλουν για να δημιουργηθεί το στάσιμο κύμα είναι  $T=1 \text{ sec}$  βρίσκω πόσες ταλαντώσεις έχει πραγματοποιήσει η κοιλία που βρίσκεται στη θέση  $x=0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t$  από την γνωστή σχέση που χρησιμοποιούμε και στα τρέχοντα κύματα δηλαδή  $N = \frac{t}{T} = \frac{1,25}{1} = 1,25$  ταλαντώσεις δηλαδή μία ταλάντωση και το  $\frac{1}{4}$  της ταλάντωσης. Έτσι σχεδιάζω τις θέσεις των κοιλιών του στάσιμου μετά από χρόνο  $t=T/4 \text{ sec}$ .



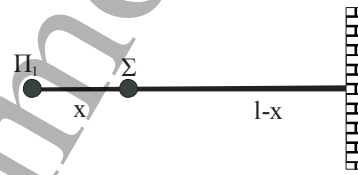
Για τον σχεδιασμό του στιγμιότυπου στάσιμου κύματος πρέπει απαραίτητα να γνωρίζουμε το στιγμιότυπο του κύματος στην αρχική του κατάσταση.

### Και μη ξεχνάτε ότι:

1. Όλα τα παραπάνω ισχύουν μόνο στη περίπτωση που η αρχή μέτρησης των αξόνων αρχίζει την ταλάντωσή του χωρίς αρχική φάση και στη θέση του σημείου αυτού εμφανίζεται κοιλία.
2. Κάθε σημείο της χορδής έχει το δικό του πλάτος ταλάντωσης το οποίο εξαρτάται από την απόστασή του από την θέση  $x=0$ .

3. Επίσης όλα τα σημεία του στάσιμου κύματος παίρνουν ταυτόχρονα τις αντίστοιχες τιμές τους δηλαδή όταν το σημείο O περνά από τη θέση κατά την οποία η απομάκρυνση είναι ίση με τη μισή του πλάτους του τότε και όλα τα υπόλοιπα σημεία της χορδής περνούν την ίδια χρονική στιγμή από τις θέσεις στις οποίες οι απομακρύνσεις τους είναι ίσες με το μισό του αντίστοιχου πλάτους τους, ενώ όταν το σημείο O περνά από τη θέση ισορροπίας του και έχει τη μέγιστη ταχύτητά του τότε και όλα τα υπόλοιπα σημεία της χορδής περνούν την ίδια χρονική στιγμή από τη θέση ισορροπίας τους και έχουν τη μέγιστη ταχύτητά τους.

**Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στο μελέτη της συμβολής δύο κυμάτων.** Θεωρούμε ότι το κύμα ξεκινά από τη πηγή  $\Pi_1$  και διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x$ 'ς. Τότε



α) Για κάποιο χρόνο  $t_1$  το σημείο  $\Sigma$  θα παραμείνει ακίνητο διότι δεν έχει φτάσει το κύμα ακόμη σε αυτό. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  φτάνει το κύμα από τη πιο πηγή. Ο χρόνος  $t_1$  μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση  $t_1 = \frac{x}{v_K}$

β) Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2$  που φτάνει στο σημείο  $\Sigma$  το ανακλώμενο κύμα από τη πηγή  $\Pi_2$  το σημείο  $\Sigma$  ταλαντώνεται με την εξίσωση της πηγής  $\Pi_1$ . Ο χρόνος  $t_2$  υπολογίζεται από την σχέση

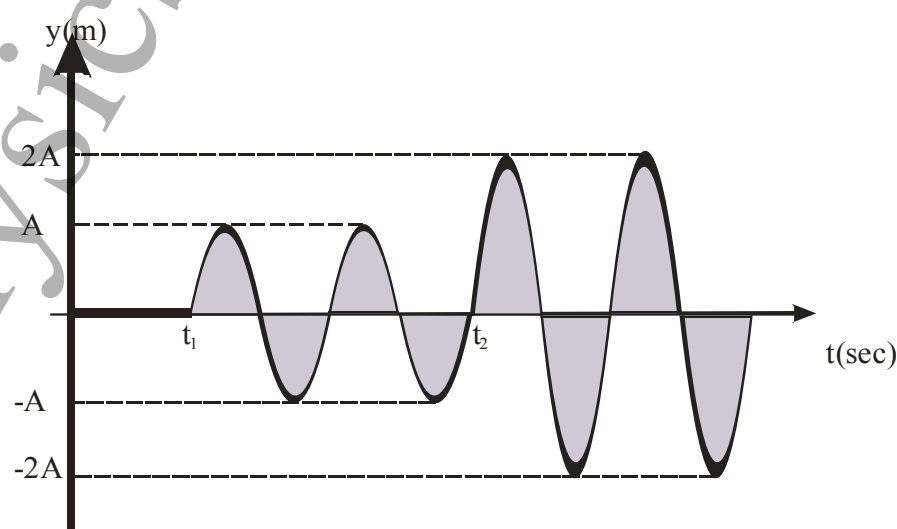
$$t_2 = \frac{2(l-x)}{v_K}$$

γ) Μετά τη χρονική στιγμή  $t_2$  το σημείο  $\Sigma$  ταλαντώνεται με την εξίσωση του στάσιμου κύματος αφού και τα δύο κύματα έχουν φτάσει σε αυτό. Αν θέλουμε να γράψουμε τη συνολική εξίσωση ταλάντωσης για το σημείο  $\Sigma$  θα έχουμε:

$$y = 0 \quad \text{για } 0 < t < t_1$$

$$y = A \eta\mu \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right] \quad \text{για } t_1 < t < t_2$$

$$y = 2A \sigma\upsilon\nu \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cdot \eta\mu \left( 2\pi \frac{t}{T} \right) \quad \text{για } t > t_2$$



Το σημείο  $\Sigma$  μπορεί να είναι κοιλία του στασίμου κύματος, δεσμός ή τυχαίο σημείο ταλάντωσης. Αν για παράδειγμα το σημείο  $\Sigma$  μετά τη συμβολή αντιστοιχεί σε κοιλία η γραφική παράσταση των παραπάνω σχέσεων θα είναι η πιο πάνω.

Στη περίπτωση που στη θέση της πηγής δημιουργείται δεσμός, όπως αναφέρει και το σχολικό βιβλίο, πρέπει να τροποποιήσουμε την εξίσωση του στασίμου κύματος για να προκύψουν οι δεσμοί και οι κοιλίες στις κατάλληλες θέσεις. Έτσι μετασχηματίζω την εξίσωση προσθέτοντας τον όρο  $\pm \frac{\pi}{2}$  και στους δύο τριγωνομετρικούς αριθμούς δηλαδή

$$y_{ολ} = [2A \cdot \sin(\frac{2\pi x}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2})] \cdot \eta\mu(\frac{2\pi}{T} t \pm \frac{\pi}{2})$$

Στη συνέχεια θεωρώ μια τυχαία κοιλία, έστω τη πρώτη, μετά το δημιουργούμενο δεσμό στη θέση της πηγής, και εξετάζω το πλάτος αν προκύπτει θετικό ή αρνητικό ανάλογα με το  $\frac{\pi}{2}$  ή  $-\frac{\pi}{2}$ . Έτσι δέχομαι τη κατάλληλη τιμή. Με τον ίδιο τρόπο για ένα τυχαίο σημείο ελέγχω τον παράγοντα του ημιτόνου και δέχομαι τη κατάλληλη τιμή.