

1 : ΑΠΛΗ ΜΟΡΦΗ

Για να λύσω μια ανίσωση της μορφής : $ax + b > 0$ ή $ax + b < 0$

1^{ος} τρόπος : Λειτουργώ όπως και στις εξισώσεις πρώτου βαθμού, δηλαδή χωρίζω γνωστούς από αγνώστους, και στη συνέχεια διαιρώ με το συντελεστή του αγνώστου. Αν σε κάποιο στάδιο πολλαπλασιάσω ή διαιρέσω και τα 2 μέλη με αρνητικό αριθμό αλλάζει η φορά της ανίσωσης.

2^{ος} τρόπος : Αν θέλω να λύσω την ανίσωση με τη βοήθεια του πίνακα πρόσημου τότε λύνω την αντίστοιχη εξίσωση και στη συνέχεια βάζω τη ρίζα στο πινακάκι. Για τα πρόσημα ισχύει ότι δεξιά από το 0 είναι ομόσημο του α ενώ αριστερά ετερόσημο του α. Δηλ.

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$ax+b$	ετερόσημο α	0	ομόσημο α

π.χ.1 Να λυθεί και με τους 2 τρόπους η ανίσωση : $-3x + 18 \geq 0$

Λύση: 1^{ος} $-3x + 18 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -18 \Leftrightarrow x \leq 6$ ή $x \in (-\infty, 6]$

Λύση: 2^{ος} Έχω $-3x + 18 = 0 \Leftrightarrow -3x = -18 \Leftrightarrow x = 6$

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-3x+18$	+	0	-

Άρα επειδή θέλω $-3x + 18 \geq 0$ τότε $x \in (-\infty, 6]$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 1 : Για να βρούμε τις κοινές δυο (ή περισσότερων) ανισώσεων, τις λύνουμε ξεχωριστά και παριστάνουμε τις λύσεις τους στον ίδιο άξονα αριθμών.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 2 : Για να λύσουμε μια διπλή ανίσωση $A(x) \leq B(x) \leq \Gamma(x)$, λύνουμε ξεχωριστά τις ανισώσεις $A(x) \leq B(x)$ και $B(x) \leq \Gamma(x)$ και βρίσκουμε τις κοινές τους λύσεις.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 3 : Ειδική περίπτωση εξίσωσης με απόλυτες τιμές που ανάγεται σε ανίσωση 1^{ου} βαθμού :

$|f(x)| = f(x)$ ή $|f(x)| = -f(x)$. Σε αυτή την περίπτωση ισχύουν τα εξής :

$$|f(x)| = f(x) \Leftrightarrow f(x) \geq 0$$

$$|f(x)| = -f(x) \Leftrightarrow f(x) \leq 0$$

π.χ. 1 Να λυθεί η εξίσωση : $|2x - 8| = 2x - 8$.

$$|2x - 8| = 2x - 8 \Leftrightarrow 2x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4 \Leftrightarrow x \in [4, +\infty)$$

π.χ. 2 Να λυθεί η εξίσωση : $|3x - 6| = 6 - 3x$.

$$|3x - 6| = 6 - 3x \Leftrightarrow 3x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2]$$

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ :

1.

Να λύσετε τις ανισώσεις :

v. $\frac{x-1}{2} + \frac{2x+3}{4} < \frac{x}{6}$

vi. $\frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x$

vii. $\frac{x-2}{2} + \frac{1-2x}{5} < \frac{x}{10} - \frac{2}{5}$

Λύση :

v. $\frac{x-1}{2} + \frac{2x+3}{4} < \frac{x}{6} \xrightarrow{\text{ΕΚΠ=12}} 12 \frac{x-1}{2} + 12 \frac{2x+3}{4} < 12 \frac{x}{6} \Leftrightarrow 6(x-1) + 3(2x+3) < 2x \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 6x - 6 + 6x + 9 < 2x \Leftrightarrow 12x - 2x < -3 \Leftrightarrow 10x < -3 \Leftrightarrow x < -\frac{3}{10} \text{ ή } x \in \left(-\infty, -\frac{3}{10}\right)$

vi. $\frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x \xrightarrow{\text{ΕΚΠ=4}} 4 \frac{x-12}{2} + 4 \frac{x}{2} + 4 \frac{3}{4} > 4x \Leftrightarrow 2(x-12) + 2x + 3 > 4x \Leftrightarrow$
 $2x - 24 + 2x + 3 > 4x \Leftrightarrow 0x > 21 \text{ αδύνατη}$

vii. $\frac{x-2}{2} + \frac{1-2x}{5} < \frac{x}{10} - \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{ΕΚΠ=10}} 10 \frac{x-2}{2} + 10 \frac{1-2x}{5} < 10 \frac{x}{10} - 10 \frac{2}{5} \Leftrightarrow$

$5(x-2) + 2(1-2x) < x - 4 \Leftrightarrow 5x - 10 + 2 - 4x < x - 4 \Leftrightarrow 0x < 4 \text{ που ισχύει για κάθε } x \in \mathcal{R}$

2.

Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις :

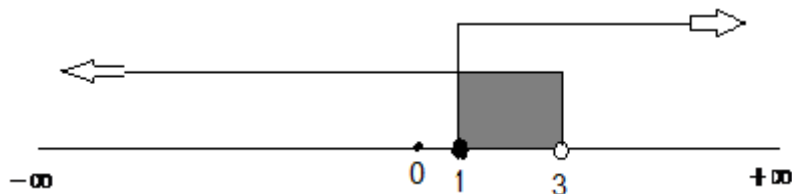
$$3x - 1 < x + 5 \quad \text{και} \quad 2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2}$$

Λύση :

Έχω : $3x - 1 < x + 5 \Leftrightarrow 3x - x < 5 + 1 \Leftrightarrow 2x < 6 \Leftrightarrow x < 3 \quad (1)$

Επίσης : $2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4 - 2 \frac{x}{2} \leq 2x + 2 \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$4 - x \leq 2x + 1 \Leftrightarrow -3x \leq -3 \Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} \geq \frac{-3}{-3} \Leftrightarrow x \geq 1 \quad (2)$



Άρα $1 \leq x < 3$ ή $x \in [1, 3)$.

3.

Να λύσετε τις εξισώσεις :

i. $|2x - 6| = 2x - 6$

ii. $|3x - 1| = 1 - 3x$

Λύση :

i. $|2x - 6| = 2x - 6 \Leftrightarrow 2x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3 \Leftrightarrow x \in [3, +\infty)$

ii. $|3x - 1| = 1 - 3x \Leftrightarrow 3x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$