

3 : ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ

Για τις ανισώσεις με απόλυτη τιμή υπάρχουν οι παρακάτω σημαντικές ιδιότητες :

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x > a \text{ ή } x < -a$$

π.χ.1 Να λυθεί η ανίσωση : $|2x-5| < 6$

Λύση: $|2x-5| < 6 \Leftrightarrow -6 < 2x-5 < 6 \Leftrightarrow -1 < 2x < 11 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{11}{2}$ ή αλλιώς $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\right)$

π.χ.2 Να λυθεί η ανίσωση : $|3x+7| > 2$

Λύση: $|3x+7| > 2 \Leftrightarrow 3x+7 > 2 \Leftrightarrow 3x > -5 \Leftrightarrow x > -\frac{5}{3}$ (1)

$$\text{ή } 3x+7 < -2 \Leftrightarrow 3x < -9 \Leftrightarrow x < -3$$
 (2)

Αν συναληθεύσω της (1) και (2) $x \in (-\infty, -3) \cup \left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$

π.χ.3 Να λυθεί η ανίσωση : $|3x+2| \geq 3|x-1|$

Λύση: $|3x+2| \geq 3|x-1| \Leftrightarrow |3x+2|^2 \geq 9|x-1|^2 \Leftrightarrow 9x^2 + 12x + 4 \geq 9x^2 - 18x + 9 \Leftrightarrow$

$$30x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{30} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{6}$$

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ :

1

Να λύσετε τις ανισώσεις :

i. $|x| < 3$

ii. $|x-1| \leq 4$

iii. $|2x+1| < 5$

Λύση :

i. $|x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3$ ή $x \in (-3, 3)$

ii. $|x-1| \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq x-1 \leq 4 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 5$ ή $x \in [-3, 5]$

iii. $|2x+1| < 5 \Leftrightarrow -5 < 2x+1 < 5 \Leftrightarrow -6 < 2x < 4 \Leftrightarrow -3 < x < 2$ ή $x \in (-3, 2)$

2.

Να λύσετε τις ανισώσεις :

i. $|x| \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \text{ή} \\ x \leq -3 \end{cases}$ ή αλλιώς $x \in (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

ii. $|x-1| > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 4 \\ \text{ή} \\ x-1 < -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ \text{ή} \\ x < -3 \end{cases}$ ή αλλιώς $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

iii. $|2x+1| \geq 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 5 \\ \text{ή} \\ 2x+1 \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 4 \\ \text{ή} \\ 2x \leq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \text{ή} \\ x \leq -3 \end{cases}$ ή αλλιώς $x \in (-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$