Γεωμετρική πρόοδος (Γ.Π.)

Γεωμετρική πρόοδος ονομάζουμε μια ακολουθία αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενο του με πολλαπλασιασμό επί τον ίδιο πάντοτε μη μηδενικό αριθμό.

Τον αριθμό αυτόν τον συμβολίζουμε με λ και τον λέμε **λόγο** της προόδου.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

Ορισμός	Γενικός όρος	Διαδοχικοί όροι α,β,γ	Άθροισμα ν όρων
$a_{\nu+1} = a_\nu \cdot \lambda$	$a_\nu = a_1 \cdot \lambda^{\nu-1}$	$\beta^2 = a \cdot \gamma$	$S_\nu = a_1 \dfrac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$

Παρατηρήσεις

1. Αν $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu$ είναι όροι μιας Γ.Π. με λόγο λ τότε οι όροι $\alpha_\nu, \alpha_{\nu-1}, \ldots, \alpha_1$ είναι Γ.Π. με λόγο $\frac{1}{\lambda}$.

2. $\dfrac{\alpha_2}{\alpha_1} = \dfrac{\alpha_3}{\alpha_2} = \dfrac{\alpha_4}{\alpha_3} = \dfrac{\alpha_\nu}{\alpha_{\nu-1}} = \lambda$

$\dfrac{\alpha_3}{\alpha_1} = \lambda^2, \dfrac{\alpha_5}{\alpha_{\nu-\kappa}} = \lambda^3$ και γενικά $\dfrac{\alpha_\nu}{\alpha_{\nu-\kappa}} = \lambda^\kappa, \nu > \kappa$

3. Μια Γ.Π. καθορίζεται πλήρως αν γνωρίζουμε τον πρώτο όρο α_1 της και τον λόγο λ.

4. Οι δύο τύποι $\alpha_\nu=\alpha_1\cdot\lambda^{\nu-1}$ και $S_\nu = \alpha_1 \dfrac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$ περιέχουν πέντε αγνώστους τους : $\alpha_1, \alpha_\nu, \lambda, \nu, S_\nu$.

Αν λοιπόν μας δοθούν οι τιμές των τριών εξ αυτών τότε οι δύο παραπάνω τύποι αποτελούν σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Λύνοντας το σύστημα βρίσκουμε τους δύο άλλους αγνώστους.

1. Πολύ συχνά στην πορεία λύσης μιας άσκησης στις προόδους χρειάζεται να υπολογίσουμε το πλήθος κάποιων όρων της.

Πρέπει να γνωρίζουμε τα παρακάτω :
Έστω $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\kappa, \ldots, \alpha_\lambda, \ldots, \alpha_\nu$ οι όροι μιας προόδου όπου κ, λ φυσικοί με κ<λ.

Τότε το πλήθος των όρων :

α. Μεταξύ των $\alpha_\kappa, \ldots, \alpha_\lambda$ (χωρίς τους άκρους όρους) είναι λ-κ-1.

β. Μεταξύ των $\alpha_\kappa, \ldots, \alpha_\lambda$ και ένας από τους άκρους είναι λ-κ.

γ. Μεταξύ των $\alpha_\kappa, \ldots, \alpha_\lambda$ μαζί με τους άκρους είναι λ-κ+1.