

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

Για να λύσω μια παραμετρική ανίσωση, εργάζομαι ως εξής :

Βήμα 1 : Φέρνουμε την ανίσωση στη μορφή :

$$a \cdot x < \beta \quad \text{ή} \quad a \cdot x > \beta$$

Βήμα 2 : Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις

$$a > 0, \quad a < 0, \quad a = 0$$

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ :

1. Να λύσετε την ανίσωση : $\lambda(2x - \lambda) \leq \lambda x - 2\lambda + 2x$ για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ .

Λύση :

$$\text{Έχω : } \lambda(2x - \lambda) \leq \lambda x - 2\lambda + 2x \Leftrightarrow 2\lambda x - \lambda^2 \leq \lambda x - 2\lambda + 2x \Leftrightarrow \lambda x - 2x \leq \lambda^2 - 2\lambda \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\lambda - 2)x \leq \lambda(\lambda - 2) \quad (1)$$

• αν $\lambda - 2 > 0 \Leftrightarrow \lambda > 2$ τότε : (1): $(\lambda - 2)x \leq \lambda(\lambda - 2) \Leftrightarrow \frac{(\lambda - 2)x}{\lambda - 2} \leq \frac{\lambda(\lambda - 2)}{\lambda - 2} \Leftrightarrow x \leq \lambda$

• αν $\lambda - 2 < 0 \Leftrightarrow \lambda < 2$ τότε : (1): $(\lambda - 2)x \leq \lambda(\lambda - 2) \Leftrightarrow \frac{(\lambda - 2)x}{\lambda - 2} \geq \frac{\lambda(\lambda - 2)}{\lambda - 2} \Leftrightarrow x \geq \lambda$

• αν $\lambda - 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$ τότε : (1): $(2 - 2)x \leq 2(2 - 2) \Leftrightarrow 0x \leq 0$ που ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ :

1. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ

i. $\lambda(x + 5) < \lambda^2 + 2x + 6$

ii. $\lambda(x - 4) \geq (\lambda - 2)(\lambda + 2) - 4(x - 1)$

iii. $\frac{(\lambda - 2)x}{3} < 1 - \frac{x - 2}{3}$

iv. $\frac{\lambda x - \lambda}{3} \geq \frac{x - \lambda}{4} - \frac{x + 4}{6}$

2 . Δίνεται η εξίσωση: $-x - \lambda(\lambda - 3x) = \lambda^2 - 2(2x + 1)$

i. Να λύσετε την εξίσωση για τις διάφορες τιμές του λ .

ii. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει μοναδική λύση που είναι μεγαλύτερη του αριθμού -4.

3 . Αν για τους αριθμούς α και β ισχύει: $\alpha^2 + \beta^2 + 2 = 2(\alpha - \beta)$ να λύσετε τις ανισώσεις:

i. $\frac{x}{\alpha - \beta} - \frac{3 - x}{4} \leq \frac{6x - \beta}{8}$

ii. $(\alpha^{2012} - \beta^{2012})x + \frac{\beta^{10} + 3\beta^9 x}{2} > -\frac{x + 2}{\beta - \alpha}$