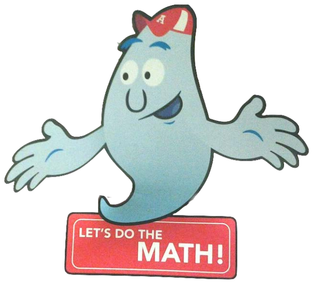

Ασκήσεις

1. Έστω η αριθμητική πρόοδος 7, 4, 1, ...
   Να βρείτε τον ν^{o} και τον 8^{o} όρο της.

2. Έστω η αριθμητική πρόοδος (α_ν) με πρώτο όρο το -10 και πέμπτο όρο το 2.
   i. Να βρείτε τη διαφορά της αριθμητική προόδου.
   ii. Να βρείτε τον α_{11}.

3. Σε μια αριθμητική πρόοδο ο $3^{ος}$ όρος είναι 2 και ο $7^{ος}$ όρος -10. Να βρείτε τον 11^{o} όρο της.

4. Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του $3^{ου}$ και $7^{ου}$ όρου της είναι 10. Αν $\alpha_5>\alpha_{11}$ και οι α_5,α_{11} διαφέρουν κατά -3 να βρείτε τον α_{13}.

5. Έστω ότι η ακολουθία (αν) είναι αριθμητική πρόοδος. Αν $\alpha_3<\alpha_{10}$, οι α_3 και α_{10} διαφέρουν κατά 21 και το άθροισμα του 6ου και 11ου όρου της είναι 25, να βρείτε τον α_{101}.

6. Αν σε μια αριθμητική πρόοδος είναι $\alpha_1=18$ και $\omega= -3$ τότε να βρείτε :
   i. τον όρο που ισούται με -12
   ii. τους θετικούς όρους
   iii. τους όρους που βρίσκονται μεταξύ των αριθμών -21 και -14

7. Έστω η αριθμητική πρόοδος : 3, 8, 13, ...
   Να βρείτε :
   i. τον πρώτο όρο της προόδου που υπερβαίνει το 135.
   ii. τον τελευταίο όρο της προόδου που είναι μικρότερος του 78.

8. Έστω ότι η ακολουθία (αν) είναι αριθμητική πρόοδος και
   $\alpha_3=2\kappa+1,\ \ \alpha_4=\kappa+3,\ \ \alpha_5=-2\kappa+1$
   i. Να βρείτε το κ
   ii. Να βρείτε τον όρο που είναι ίσος με 33

9. Αν οι αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι και οι αριθμοί $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2,\ \alpha^2+\alpha\gamma+\gamma^2,\ \beta^2+\beta\gamma+\gamma^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

10. Αν οι αριθμοί α=3x+5, β=x-1, γ=x+3 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε :

i. να βρείτε το x

ii. να βρείτε τον $5^{ο}$ όρο της προόδου αν ο α είναι ο $17^{ος}$ όρος της.

11. Αν οι αριθμοί διαφέρουν κατά 8 και ο αριθμητικός τους μέσος είναι 11 να βρείτε τους δύο αριθμούς.

12. Αν οι αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να δείξετε ότι οι αριθμοί $\alpha^2-\beta\gamma$, $\beta^2-\alpha\gamma$, $\gamma^2-\alpha\beta$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

13. Σε μια αριθμητική πρόοδο ισχύει $\begin{matrix} a_4+a_{12}=0 \\ a_7+a_{19}=-30 \end{matrix}$. Να βρείτε τον $1^{ο}$ όρο και την διαφορά της προόδου

14. Έστω η αριθμητική πρόοδος : -9, -6, -3, ...

i. Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

ii. Πόσους πρώτους όρους μπορεί να πάρουμε για να έχουμε άθροισμα 45;

15. Να υπολογίσετε το άθροισμα : 5 + 2 – 1 .... – 52.

16. Να βρείτε το άθροισμα των όρων της αριθμητικής προόδου :5, -1, -7, ... που βρίσκονται μεταξύ του $15^{ου}$ και $23^{ου}$ όρου της.

17. Δίνεται η ΑΠ με $\alpha_1=2$ και ω=3. Να υπολογίσετε το άθροισμα $S=a_{20}+a_{21}+...+a_{50}$

18. Να λύσετε την εξίσωση : $\eta\mu x.\eta\mu^4 x.\eta\mu^7 x...\eta\mu^{28} x=1$

19. Σε μια αριθμητική πρόοδο με 21 όρους ο μεσαίος είναι 3.Να βρείτε το άθροισμα των όρων από τον 4ο όρο έως και τον 18ο όρο της.

20. Σε μια αριθμητική πρόοδο με ακέραιους όρους το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της είναι μεταξύ του 130 και 150. Αν είναι $α_4=5$, τότε να βρείτε :

I) την διαφορά ω και τον $α_1$

II) το άθροισμα $S = a_1 + a_5 + a_{10} + ... + a_{50}$

21. Έστω ότι η ακολουθία (αν) με $α_1= 2$ και $α_{ν-1}=α_ν+3$, για κάθε $\nu \in \mathbb{N}^*$.

I) Να δείξετε ότι η $(α_ν)$ είναι αριθμητική πρόοδος και να βρείτε την διαφορά της

II) Να βρείτε τον $α_ν$

III) Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = a_1 + a_4 + a_7 + ... + a_{100}$

22. Να βρείτε το μέγιστο πλήθος πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου 2,5,8.... που απαιτούνται, ώστε το άθροισμα τους να μην ξεπερνάει το 100.

23. Έστω η αριθμητική πρόοδος :-20, -16, -12, ...
Να βρείτε το ελάχιστο πλήθος πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου που

απαιτούνται, ώστε το άθροισμα τους να είναι θετικός αριθμός.

24. Να λυθούν οι εξισώσεις :

i. 1+7+13+...+x =280

ii. (x+1)+(x+4)+(x+7)+....(x+28) =155

25. Αν σε μια αριθμητική πρόοδο με 2003 όρους ο μεσαίος είναι 1 να βρείτε το S_{2003}.

26. Σε μια αριθμητική πρόοδο ο 1ος όρος είναι -19 και $\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_\nu=7$. Αν $\alpha_\nu=20$, να βρείτε το πλήθος των όρων του αθροίσματος και την διαφορά της προόδου.

27. Έστω ότι το άθροισμα των πρώτων ν όρων μιας ακολουθίας (α_ν) είναι

$S_\nu=2\nu^2-\nu$, για κάθε $\nu\in N^*$.

i. Να βρείτε τον α_ν

ii. Να δείξετε ότι η ακολουθία (α_ν) είναι αριθμητική πρόοδος.

iii. Να βρείτε τον α_1 και τη διαφορά ω.

28. Να βρείτε πέντε διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου, αν έχουν άθροισμα 5 και το γινόμενο των άκρων είναι -35.

29. Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου ώστε να έχουν άθροισμα 18 και ο τέταρτος να είναι διπλάσιος του πρώτου.

30. Να βρείτε τρείς διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου, αν έχουν άθροισμα -6 και γινόμενο 10

31. Να βρείτε πέντε διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου, αν το άθροισμα των άκρων είναι 4 και το άθροισμα των τετραγώνων του 2ου και 4ου όρου είναι 26

32. Αν οι αριθμοί $\eta\mu^2 x,\ \ \eta\mu x,\ \ \sigma\upsilon\nu^2 x$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε το $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ και τη διαφορά της προόδου

33. Μεταξύ των αριθμών -7 και 17 να παρεμβάλλετε τρείς άλλους αριθμούς ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

34. Μια στέγη σχήματος τραπεζίου έχει 156 κεραμίδια. Η πρώτη σειρά έχει 30 κεραμίδια και κάθε επόμενη σειρά έχει 3 κεραμίδια λιγότερα. Πόσες σειρές κεραμιδιών, έχει η στέγη;

35. Σε μια αριθμητική πρόοδο ($α_ν$) με $α_6=8$ και $α_{11}=23$.Να βρείτε :
α)τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,

β)πόσοι πρώτοι όροι της προόδου έχουν άθροισμα 14.

γ)το άθροισμα $s=α_{15}+α_{16}+\ldots..+α_{25}$,

δ)το άθροισμα $s_1=α_1+α_3+\ldots\ldots.+α_{39}$.

36. Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου ($α_ν$) που το πλήθος τους είναι τριπλάσιο της μεγαλύτερης ρίζας της εξίσωσης :
$x^3-2x^2-9x+18=0$ (1) και η ($α_ν$) έχει διαφορά τη μικρότερη ρίζα της (1) και $1^ο$ όρο την τρίτη ρίζα της (1).

37. Ένα θέατρο έχει 15 σειρές καθισμάτων. Στη πρώτη σειρά έχει 60 θέσεις και στη τελευταία 18 σειρές. Αν το πλήθος των θέσεων ελαττώνεται από σειρά σε σειρά κατά τον ίδιο πάντα αριθμό θέσεων , να βρείτε το πλήθος των θέσεων,

i. που ελαττώνεται από σειρά σε σειρά

ii. της μεσαίας σειράς

iii. όλων των θέσεων του θεάτρου

iv. από την $5^η$ σειρά έως και την $13^η$ σειρά

38. Ένας αγόρασε έναν υπολογιστή 1000€. Αν μετά από κάθε χρόνο χάνει το $\frac{1}{10}$ της αξίας που είχε όταν τον αγόρασε, να βρείτε την αξία του υπολογιστή μετά από 5 χρόνια.

39. Ένα θέατρο έχει 12 σειρές καθισμάτων. Η πρώτη σειρά έχει 10 καθίσματα και κάθε επόμενη έχει 3 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη της.

i. Πόσα καθίσματα έχει η τελευταία σειρά;

ii. Πόσα καθίσματα έχει όλο το θέατρο;

iii. Σε μια παράσταση τα εισιτήρια της $7^{ης}$ σειράς διανεμήθηκαν δωρεάν και όλα τα υπόλοιπα πουλήθηκαν προς 30€ το ένα. Πόσα χρήματα εισέπραξε το θέατρο;

40. Κάποιος αγόρασε ένα αυτοκίνητο αξίας 15000€. Έδωσε προκαταβολή 6900€ και συμφώνησε το υπόλοιπο να το εξοφλήσει σε 12 μηνιαίες δόσεις όπου κάθε δόση θα αυξάνει σε σχέση με την προηγούμενη κατά 50€. Να βρείτε το ποσό της $1^{ης}$ και της $6^{ης}$ δόσης

41. Σε ένα θέατρο η $1^{η}$ σειρά έχει 70 καθίσματα και η τελευταία 250. Το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς σχηματίζει ΑΠ. Η προτελευταία σει σειρά έχει 140 καθίσματα περισσότερα από την $2^{η}$ σειρά.

Α) Να αποδείξετε κάθε σειρά καθισμάτων του θεάτρου έχει 20 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη σειρά(δηλαδή ω=;)

Β) Να βρούμε πόσες σειρές έχει το θέατρο

Γ) Να βρούμε πόσα καθίσματα έχει το θέατρο

Δ) Αν στην $1^{η}$ παράσταση ήταν 100 θεατές και σε κάθε επόμενη παράσταση ο αριθμός των θεατών διπλασιάζονταν. Να βρούμε σε ποια παράσταση θα γεμίσει όλο το θέατρο για πρώτη φορά.

42. Δίνεται η ακολουθια με γενικο ορο $a_\nu = -11 + 2\nu$ πρώτο όρο $α_1$ καθώς $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

Α) να δειχτεί ότι $α_ν$ είναι αριθμητική πρόοδος με $α_1$=-9 και ω=2.

Β) να βρείτε το άθροισμα $S = a_{12} + a_{13} + .. + a_{21}$

Γ) να δειχτεί ότι οι ρίζες της εξίσωσης P(χ)=0 είναι διαδοχικοί όροι της $α_ν$.

43. Δίνονται πέντε διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου που έχουν άθροισμα 55,ενώ το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 695.

Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

44. Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς ακέραιους όρους αριθμητικής προόδου, που έχουν άθροισμα 20,ενώ το άθροισμα των αντιστρόφων τους είναι $\frac{25}{24}$.

45. Τέσσερις διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου έχουν άθροισμα 44,

Ενώ το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 664.

α)Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

β)Ανάμεσα στον μικρότερο και τον μεγαλύτερο από τους αριθμούς που

βρήκατε, να παρεμβάλετε πέντε αριθμούς ,ώστε όλοι μαζί να αποτελούν

διαδοχικούς όρους Α.Π.

46. Δίνεται μια αριθμητική πρόοδος (αν) της οποίας ο 7ος όρος είναι 9, ενώ το άθροισμα του 4ου και του 9ου όρου είναι 16. Να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της.

47. α) Να βρείτε πέντε ακεραίους αριθμούς που αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου και έχουν άθροισμα 20 και γινόμενο -560.

β) Να βρείτε τέσσερις ακεραίους αριθμούς, που αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου και έχουν άθροισμα 4 και γινόμενο 105.