

ΑΣΚΗΣΕΙΣ



Α. Τειράγματα αδροίσματος-διαφοράς

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

α) $(x+y)^2$ β) $(x+3)^2$ γ) $(3x+y)^2$ δ) $(x-5)^2$ ε) $(2x-3)^2$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

α) $(\lambda\mu-1)^2$ β) $(x^2+3)^2$ γ) $(y^3-1)^2$ δ) $(3x-\sqrt{2})^2$

ε) $(\alpha x - \beta y)^2$ ζ) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$ η) $\left(\frac{\omega}{2} - 1\right)^2$ θ) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

α) $(3x^3 - xy^2)^2$ β) $(\alpha^3\beta^2 - 3\alpha\gamma^2)^2$ γ) $\left(5x^2 - \frac{1}{2}\right)^2$ δ) $\left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right)^2$

4. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

α) $(-x+1)^2$ β) $(-3x+2y)^2$ γ) $(-x-y)^2$ δ) $(-2x-3)^2$

ε) $(-\alpha^2 - 3\alpha)^2$ στ) $(\alpha^x + \beta^y)^2$ ζ) $(\alpha^{x-1} + 2\alpha\beta)^2$

5. Να κάνετε τις πράξεις.

α) $3 + (x-1)^2 - (x-2)^2$ β) $1 + 2x(x-3)^2$

γ) $x - 3x(2x-1)^2$ δ) $x^2 - (2x-1) \cdot (x+1)^2$

6. Αν οι αριθμοί x, y είναι αντίστροφοι, να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = (x+2y)^2 - (2x-y)^2 + 3x^2 - 3y^2$$

7. Να αποδείξετε τις ταυτότητες.

α) $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$

β) $4\alpha(\alpha-1) - (2\alpha-1)^2 = -1$

γ) $(\alpha^2 - 3)^2 - (\alpha-1) \cdot (\alpha^3 - 6\alpha) = \alpha(\alpha^2 - 6) + 9$

$$\delta) (\alpha^2 + 1) \cdot (x^2 + 4) - (2\alpha - x)^2 = (\alpha x + 2)^2$$

8. Να συμπληρώσετε τις ισότητες.

$$\alpha) (\dots - 3\beta)^2 = 16\alpha^2 - \dots + \dots$$

$$\beta) (2\alpha + \dots)^2 = \dots + 12\alpha\beta + \dots$$

$$\gamma) 4x^2 + 4xy + \dots = (\dots + \dots)^2$$

$$\delta) (3 + \dots)^2 = \dots + \dots + 9\alpha^2$$

$$\epsilon) (\dots - \dots)^2 = 25\alpha^4 - 10\alpha^2\beta + \dots$$

$$\sigma\tau) (\dots + \beta)^2 = \dots + 3\alpha\beta + \dots$$

$$\zeta) (\dots - 3a)^2 = \dots - 30x^2a + \dots$$

$$\eta) (\dots + \dots)^2 = 9x^2 + 12xy + \dots$$

$$\theta) (x - \dots)^2 = \dots - \dots + 25$$

$$\iota) (5y - \dots)^2 = 25y^2 - 40y\omega + \dots$$

$$\kappa\alpha) \left(\dots + \frac{1}{2}y \right)^2 = \dots + 3xy + \dots$$

$$\iota\beta) \left(\frac{2}{9}x^2 - \dots \right)^2 = \dots - 2x^3 + \dots$$

9. α) Να αποδείξετε ότι: $\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 = 8$

β) Να υπολογίσετε την παράσταση $A = \left(2010 + \frac{1}{1005}\right)^2 - \left(2010 - \frac{1}{1005}\right)^2$

10. Αν $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ και $\beta = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, να βρείτε τις τιμές των α) $a^2 + \beta^2$ β) α^4 γ) β^4

11. α) Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα $(1 + \sqrt{3})^2$ και $(\sqrt{5} - 2)^2$

β) Να βρείτε τις τετραγωνικές ρίζες $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ και $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

12. Αν είναι $x = 2^{2008} + 2^{-2008}$ και $y = 2^{2008} - 2^{-2008}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = x^2 - y^2$

Β. Κύβει αθροίσματα-διαφορές

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

$$\alpha) (x + 2)^3$$

$$\beta) (x - 3)^3$$

$$\gamma) (2x + 1)^3$$

$$\delta) (x^2 - 5)^3$$

$$\epsilon) (x^2 + 2x)^3$$

$$\sigma\tau) \left(x - \frac{1}{3}\right)^3$$

$$\zeta) (x - \sqrt{2})^3$$

$$\eta) (-x + 3)^3$$

$$\theta) (-\alpha^2 - 3\alpha)^3$$

2. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\alpha) x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-2)$$

$$\beta) -10x^2 + 2(x+3)^3 - (2x-1)^2$$

3. Να αποδείξετε τις ταυτότητες.

$$\alpha) (\alpha + \beta)^3 - (\alpha - \beta)^3 - 6\alpha^2\beta = 2\beta^3$$

$$\beta) 2\alpha(2\alpha-1)^2 - (2\alpha-1)^3 - 4\alpha^2 = 1 - 4\alpha$$

$$\gamma) (\alpha^2 - 1)^3 - \alpha^2(\alpha^2 + 1)^2 = \alpha^2(2 - 5\alpha^2) - 1$$

4. Να συμπληρώσετε τις ισότητες.

$$\alpha) x^3 + \dots + \dots + 8 = (\dots + \dots)^3$$

$$\beta) 8y^3 + 12y^2\omega + \dots + \dots = (\dots + \dots)^3$$

$$\gamma) 125\alpha^3 - \dots + \dots - \dots = (\dots - 2\beta)^3$$

7. Διαφορά τετραγώνων

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

$$\alpha) (x-3) \cdot (x+3) \quad \beta) (2y-1) \cdot (2y+1) \quad \gamma) (3x-2y) \cdot (3x+2y)$$

$$\delta) (x^2+1) \cdot (x^2-1) \quad \varepsilon) (3x^2+2y) \cdot (3x^2-2y) \quad \sigma\tau) (x-\sqrt{5}) \cdot (x+\sqrt{5})$$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

$$\alpha) (x-5) \cdot (5+x) \quad \beta) (-x+6) \cdot (x+6) \quad \gamma) (3x-1) \cdot (-1-3x)$$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

$$\alpha) (3\alpha-2\beta^3) \cdot (2\beta^3+3\alpha) \quad \beta) [(x-y)+1] \cdot [(x-y)-1]$$

$$\gamma) (\alpha+\beta+2) \cdot (\alpha+\beta-2) \quad \delta) (x-y+3) \cdot (x-y-3)$$

$$\varepsilon) \left(2x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2x - \frac{1}{2}\right) \quad \sigma\tau) (x-y) \cdot (-x-y)$$

4. Να γίνουν οι πράξεις.

$$\alpha) (x-2) \cdot (x+2) \cdot (x^2+4)$$

$$\beta) (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+1)$$

$$\gamma) (3x-1) \cdot (3x+1) \cdot (9x^2+1)$$

$$\delta) (2\alpha-3\beta) \cdot (4\alpha^2+9\beta^2) \cdot (2\alpha+3\beta)$$

$$\epsilon) (xy+1) \cdot (x^2y^2+1) \cdot (xy-1) \cdot (1+x^4y^4) \quad \sigma\tau) (\alpha\beta+1) \cdot (-\alpha^2\beta^2-1) \cdot (-\alpha\beta+1)$$

5. Να γίνουν οι πράξεις.

$$\alpha) (x+2)^2 - (x+3) \cdot (x-3) - 2(2x-3)$$

$$\beta) (2x+1)^2 - (3x-2)^2 - (2x+5) \cdot (5-2x)$$

$$\gamma) 2(\alpha-2\beta)^2 - 3(\alpha+3\beta)^2 - (2\alpha+3\beta) \cdot (3\alpha-2\beta)$$

$$\delta) 1-3x(2x-1) - (3-x) \cdot (-x-3)$$

6. Να αποδείξετε τις ισότητες.

$$\alpha) (\alpha-\beta)^2 - (\beta-\alpha)^2 = 0$$

$$\beta) (x-y) \cdot (x+y) - (2x-y) \cdot (2x+y) + 3x^2 = 0$$

$$\gamma) (\alpha+\beta)^2 + 2(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) + (\alpha-\beta)^2 = 4\alpha^2$$

$$\delta) (\alpha^2+4)(x^2+1) - (\alpha x+2)^2 = (2x-\alpha)^2$$

$$\epsilon) (x^3+y^3)^2 - (x^2+y^2)^3 + 3x^2y^2(x+y)^2 = (2xy)^3$$

$$\sigma\tau) \left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2 - \left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2 = \alpha \cdot \beta$$

δ. Ταυτότητα: $(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\beta\gamma + 2\gamma\alpha$

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

$$\alpha) (x^2+x+1)^2 \quad \beta) (x^2+3x+2)^2 \quad \gamma) (x+2y-z)^2 \quad \delta) (3x^2-x+1)^2$$

2. Να αποδείξετε τις ισότητες.

$$\alpha) (\alpha + \beta + \gamma)^2 - (\alpha - \beta + \gamma)^2 = 4\beta(\alpha + \gamma)$$

