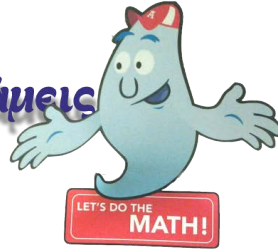




Ασκήσεις στις δυνάμεις



1. Αν n ακέραιος, να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = 5(-1)^{n+1} + (-1)^{3n+2} - 2(-1)^{7n-3}$$

2. Αν οι αριθμοί x, y είναι αντίστροφοι, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων

i. $A = (x^{-2} y)^3 \cdot (x^2 y^{-1})^2 \cdot 2x^3$ ii. $B = \frac{x^{-2} : (-2y^4)}{(y^{-1}x)^{-3} \cdot (y^{-2})^4}$

3. Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \left[\left((x^2 \cdot y^{-1})^2 \cdot x^{-1} \cdot (y^3)^{-2} \right)^{-1} : \left(\frac{y^{-2}}{x^4} \right)^{-3} \right]$$

για $x = 0,01$ και $y = 10^{-1}$.

4. Όμοια

$$A = (x^3 \cdot y^{-1})^2 : \left[x^{-1} \cdot y \cdot (x^3 \cdot y^{-3})^{-1} \right]^{-2}$$

για $x = 10^{-3}$ και $y = -0,1^{-2}$.

5. Όμοια

i) $\left[(x^3 \cdot y^4)^{-2} \cdot (x^2 \cdot y^4)^3 \right] : (x^2 : y^{-1})^{-4}$, για $x=35$ και $y=\frac{1}{35}$

ii) $x^4 \cdot (x^2 \cdot y^3)^2 : (x^{-3} : y)^{-2}$

iii) $\left[(x^2 \cdot y^{-1})^3 : (x^{-3} \cdot y^5)^{-1} \right]^2$

6. Αν $x, y \neq 0$, να εκτελέσετε τις πράξεις

a) $(xy)^4 \cdot x^2 \cdot y^3$ β) $(xy)^5 \cdot x^{-3} \cdot y^{-4}$

γ) $(x^{-2} y^3)^{-3} \cdot (x^{-1} \cdot y^2)^5$

7. Δίνονται οι αριθμοί $a = (-1)^{50} \cdot (-3)^2 - (-2)^3 - (-3)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ και

$$\beta = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3^{-1} \right]^{-1}$$

- A) Να βρείτε τους αριθμούς α και β
B) Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \left[\frac{\beta : a^{-4}}{(\beta^{-1} a^3)^3} \right]^2 : \left[\frac{a^7 : a^2}{(\beta^5)^2 \beta^{-7}} \right]^{-1}$$

8. Δίνονται οι αριθμοί $x = \frac{6^7 \cdot 2^{-5}}{3^6}$ και $y = \frac{(x^3)^2 \cdot (x^{-1})^4}{(x^5)^{-3} : (x^{-4})^5} : \left[\frac{(x^2 : x^{-3})^2}{(x^{-3})^{-3}} \right]^{-2}$

A) Να αποδείξετε ότι $x = 12$ και $y = \frac{1}{12}$

B) Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \left[(x^4 \cdot y^6)^{-2} \cdot (x^2 \cdot y^6)^4 \right] : \left(\frac{x^6}{y^{-2}} \right)^{-3}$$

9. Αν ο v είναι φυσικός αριθμός, να αποδείξετε ότι

A) ο αριθμός $x = 2^{v+3} - 2^v$ είναι πολλαπλάσιο του 7

B) ο αριθμός $y = 3^{v+2} - 3^{v+1} - 3^v$ είναι πολλαπλάσιο του 5

10. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

i. Αν οι αριθμοί α, β είναι αντίθετοι, τότε $(\alpha + \beta)^{31} = \dots$

ii. Αν οι αριθμοί α, β είναι αντίστροφοι, τότε $\alpha^5 \beta^5 = \dots$

iii. Αν οι αριθμοί α, β είναι διαδοχικοί ακέραιοι, τότε $(\alpha - \beta)^{10} = \dots$

iv. $(-\alpha)^{2v} = \dots, v \in \mathbb{N}^*$

v. $(-\alpha)^{2v+1} = \dots, v \in \mathbb{N}$

vi. Αν v άρτιος, τότε $(-1)^v = \dots$

vii. Αν v περιττός, τότε $(-1)^{3v} = \dots$

viii. Η παράσταση α^0 , ορίζεται για $\alpha \dots$

ix. Ο αριθμός $3^{2^{3^2}}$, ισούται με $3 \dots$

11. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. $(-\alpha)^2 = \alpha^2$
- ii. $(-1)^{2\kappa+3} = -1, \kappa \in \mathbb{Z}$
- iii. $(\alpha - \beta)^3 = (\beta - \alpha)^3$
- iv. $(-\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2$
- v. $(x - 1)^0 = 1, x \in \mathbb{R}$
- vi. Η παράσταση $(a - 2)^0$ ορίζεται για $a \neq 2$.

i.	ii.	iii.	iv.	v.	vi.

12. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

i. $A = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 4^{-1} \cdot (-3)^{-1}$ ii. $B = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} - (-3)^{-2}$

13. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 2x^3 - 3x^2 - x + 1$, για :

i. $x = -1$ ii. $x = -2$ iii. $x = -\frac{1}{2}$

14. Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{(xy^{-2})^3 \cdot (x^2y)^{-1}}{(y^{-1})^7 : (-y)}, \text{ για } x = 2010 \text{ και } y = -\frac{1}{2010}$$

15. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = [(x^{-1}y)^2 : (x^7y^3)^{-1}]^2$, για $x = -1,25$ και $y = 0,8$.

16. Αν ο αριθμός v είναι ακέραιος, να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

i. $A = (-1)^{v+1} + (-1)^{v-2} - (-1)^{v-1}$ ii. $B = (-1)^{3v+1} - (-1)^{v+2} - (-1)^{5v-1}$

17. Δίνεται η παράσταση :

$$A = \frac{x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x}{x^3 - 9x}$$

- A) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A
 B) Να απλοποιήσετε την παράσταση A

Γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A για $x = (-1)^{2011} - (-1)^{2012}$

18. Για τους αριθμούς a και β ισχύει : $a^2 + \beta^2 = 4(2\beta - a - 5)$

A) Να βρείτε τους αριθμούς a και β

B) Μετά, να υπολογίσετε την παράσταση :

$$A = \frac{(a^2 \beta^{-3})^{-2} \cdot (a^{-1} \beta^3)^{-4} \cdot a \beta^4}{(a^3 \beta^{-1})^{-3}}$$

19. Δίνονται οι αριθμοί :

$$\alpha = 2^4 \cdot 8^3 \cdot 16^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$\beta = 0,5^4 \cdot 0,25^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{10}$$

A) Να γράψετε τους αριθμούς a και β ως δυνάμεις με βάση 2

B) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = (\alpha^{-3} \cdot \beta^4)^{-3} : (\alpha : \beta^5)^3$$