

ΑΣΚΗΣΕΙΣ Θεωρία συνόλων



Ασκήσεις

- Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα :
 - $A = \{k \in \mathbb{Z} / -1 \leq k \leq 1\}$
 - $B = \{\lambda \in \mathbb{Z} / 2\lambda^2 + \lambda = 0\}$
 - $\Gamma = \{(x, y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N} \text{ και } xy = 6\}$
- Να βρείτε τα α, β ώστε τα σύνολα $A = \{0, \alpha, 1\}$, $B = \{0, \beta, 2\}$ να είναι ίσα.
- Αν $\Omega = \{-3, -1, 0, 1, 2, 5\}$, $A = \{-3, 0, 2\}$ και $B = \{-1, 0, 2\}$, να βρείτε τα σύνολα:
 - $\alpha. A \cup B$ $\beta. A \cap B$ $\gamma. A'$ $\delta. B'$ $\epsilon. A - B$ $\sigma. B - A$
 - $(A \cup B)'$ και $A' \cap B'$. Τι παρατηρείτε;
 - $(A \cap B)'$ και $A' \cup B'$. Τι παρατηρείτε;
- Έστω Ω το βασικό σύνολο και A, B υποσύνολα του Ω . Να εξετάσετε, ποιές από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές (Σ) και ποιές λάθος (Λ).
 - $A \cup B = \{x \in \Omega / x \in A \text{ και } x \in B\}$
 - $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$
 - $A \cup A' = \Omega$
 - $A \cap B \subseteq A$
 - $A \cup B \subseteq B$
 - $A \cap B = \{x \in \Omega / x \in A \text{ ή } x \in B\}$
 - $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$
 - Αν $A \cup B = \Omega$ και $A \cap B = \emptyset$, τότε $A' = B'$

| i. | ii. | iii. | iv. | v. | vi. | vii. | viii. |
|----|-----|------|-----|----|-----|------|-------|
| | | | | | | | |

- Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
 - Αν $A \subseteq B$, τότε:
 - $A \cap B = B$
 - $A \cup B = A$
 - $B - A \subseteq A$
 - $A \cap B = A$
 - Για τα υποσύνολα A και B του Ω , ισχύει :
 - $A - B \subseteq B$
 - $A \cup B \subseteq A$
 - $A \cap B \subseteq B$
 - $A \subseteq A \cap B$
 - Αν $A = \{x \in \mathbb{R} / x = 1 \text{ ή } x = 3\}$ και $B = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 1\}$, τότε :
 - $A \cap B = \{1\}$
 - $A \cup B = \{1\}$
 - $A \cap B = \{3\}$
 - $A \cap B = \{ \}$
 - Αν $A = \{1, x, 2\}$, τότε :
 - $x \neq 1$
 - $x \neq 1 \text{ ή } x \neq 2$
 - $x \neq 1 \text{ και } x \neq 2$
 - $x = 1 \text{ ή } x = 2$

| i. | ii. | iii. | iv. |
|----|-----|------|-----|
| | | | |

- Αν το πλήθος των στοιχείων του συνόλου $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ είναι $3n - 6$, να βρείτε:



- α. την τιμή του ν β. το σύνολο Ω
 γ. το σύνολο P που έχει ως στοιχεία τα υποσύνολα του Ω .

7. Έστω A, B δύο υποσύνολα του βασικού συνόλου

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \text{ για τα οποία ισχύουν:}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \quad A \cap B = \{2, 3, 4\} \text{ και } B - A = \{1, 7\}$$

Να κάνετε το διάγραμμα Venn και στη συνέχεια, να βρείτε τα σύνολα A και B' .

8. Έστω A και B δύο υποσύνολα του βασικού συνόλου

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \quad A' = \{6, 7, 8\}, \quad A \cap B = \{4, 5\} \text{ και } (A \cup B)' = \{8\}$$

Να βρείτε τα σύνολα $A - B$ και $B - A$.

9. Έστω A, B και Γ τρία υποσύνολα του βασικού συνόλου

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \text{ για τα οποία ισχύουν:}$$

$$A \cap B = \{1, 2\}, \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}, \quad B \cap \Gamma = \{2, 3\} \text{ και } B \cup \Gamma = \{1, 2, 3, 4\}$$

Να κάνετε το διάγραμμα Venn και στη συνέχεια, να βρείτε τα σύνολα A, B και Γ .

10. Αν $A = \{x \in \mathbb{N} / 50 < x < 70 \text{ και } x \text{ πολλαπλάσιο του } 8\}$ και

$$B = \left\{ x \in \mathbb{N} / 50 < x < 60 \text{ και } \frac{\nu}{x} = \frac{1}{4}, \nu \in \mathbb{N} \right\}, \text{ να βρείτε το σύνολο}$$

$$A \cap B.$$

11. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα :

i. $A = \{k \in \mathbb{Z} / -2 \leq k < 1\}$ ii. $B = \{k \in \mathbb{N} / k \text{ διαιρέτης του } 12\}$

iii. $\Gamma = \{(x, y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N} \text{ και } xy = 3\}$

iv.

12. Αν τα σύνολα $A = \{3, \lambda, 2\}$ και $B = \{2, \mu - 1, 4\}$ είναι ίσα, να βρείτε τα λ και μ .

Να βρείτε τα α, β , ώστε τα σύνολα $A = \{1, \alpha^2, 2\}$ και $B = \{1, \beta, 4\}$ να είναι ίσα.

13. Στο διπλανό σχήμα έχουμε το διάγραμμα του Venn για τα σύνολα A και B . Να βρείτε τα σύνολα :

i. $A \cup B$

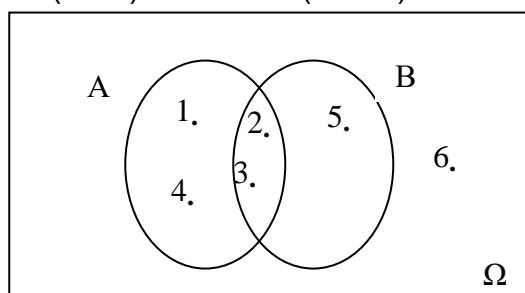
ii. $A \cap B$

iii. A'

iv. $(A \cup B)'$

v. $(A \cap B)'$

vi. $A - B$



14. Αν $\Omega = \{-4, -1, 0, 2, 3\}$, $A = \{-4, 0, 3\}$, $B = \{-1, 3, 2\}$ και $\Gamma = \{-1, 0, 2\}$, να βρείτε τα σύνολα :

i. $A \cup B$

ii. $A \cap B$

iii. A'

iv. $(A \cup B) \cap \Gamma$

v. $(A \cap B)' \cup \Gamma$

vi. $A - B$

15. Αν $\Omega = \{-2, -1, 0, 1\}$, $A = \{-2, 0, 1\}$ και $B = \{-2, -1, 1\}$, να δείξετε ότι :
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$ και $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

16. Αν $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ διαιρέτης του } 12\}$ και $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ πολλαπλάσιο του } 3 \text{ και } x < 17\}$, να βρείτε τα σύνολα $A \cup B$ και $A \cap B$.

17. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τα σύμβολα \in και \notin , αν ο κάθε αριθμός ανήκει ή δεν ανήκει στο αντίστοιχο σύνολο

| | \mathbb{N} | \mathbb{Z} | \mathbb{Q} | \mathbb{R} |
|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| -5,5 | | | | |
| π | | | | |
| $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | | | | |
| $\sqrt{144}$ | | | | |
| $-\frac{13}{3}$ | | | | |
| $\frac{40}{5}$ | | | | |
| $\sqrt{2}$ | | | | |
| $0,\bar{3}$ | | | | |
| -4 | | | | |

18. Έστω $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ένα βασικό σύνολο και τρία υποσύνολα αυτού

$$A = \{1, 2, 4, 7, 8\}, B = \{3, 4, 8, 10\} \text{ και } \Gamma = \{2, 4, 5, 10\}$$

α) Να παραστήσετε τα σύνολα Ω , A , B και Γ με διάγραμμα Venn.

β) Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων τους καθώς και με διαγράμματα Venn τα σύνολα:

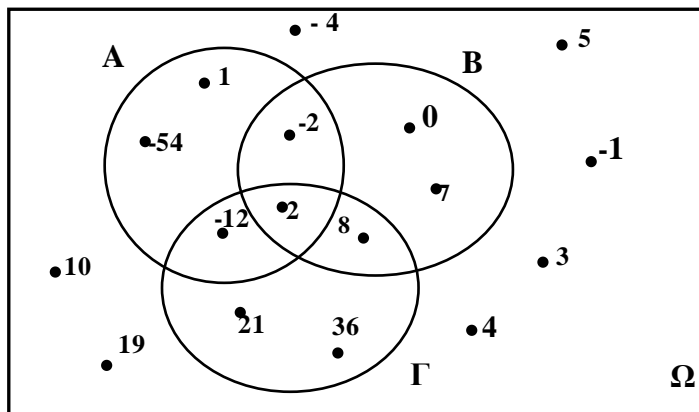
i) $A \cup B$ ii) $B \cap \Gamma$ iii) $A \cup (B \cap \Gamma)$ iv) $(A \cap B) \cup \Gamma$ v) $A \cap B \cap \Gamma$

19. Στο παρακάτω σχήμα παριστάνονται με διάγραμμα Venn ένα βασικό σύνολο Ω και τρία υποσύνολά του A, B και Γ.

α) Ποιο είναι το πλήθος των στοιχείων των συνόλων A, B και Γ;

β) Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα

i) $A \cup B$ ii) $B \cap \Gamma$ iii) $A \cup (B \cap \Gamma)$ iv) $A \cap B \cap \Gamma$ v) A'



20. Θεωρούμε τα σύνολα $A = \{1, x - y, x + y\}$ και $B = \{1, 3, 5\}$. Να βρείτε τις τιμές των $x, y \in \mathbb{R}$ ώστε τα σύνολα A και B να είναι ίσα.

21. Με βασικό σύνολο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ θεωρούμε τα σύνολα

$A = \{1, x\}$ και $B = \{1, x - 1, 6 - x\}$ με $x \neq 1$, για τα οποία ισχύει

$$A \subseteq B.$$

α) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό x

β) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα παρακάτω σύνολα:

$$A \cap B, A \cup B, A - B, A' - B', (B - A)', A' \cap B'$$