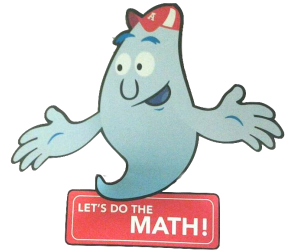




Ασκήσεις με ριζικά



1. Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \sqrt{8} - \sqrt{27} - \sqrt{18} + \sqrt{12} - \sqrt{200}$

2. i. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις : $(1 - 3\sqrt{2})^2$ και $(1 + 3\sqrt{2})^2$

ii. Να απλοποιήσετε την παράσταση : $A = \sqrt{19 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{19 + 6\sqrt{2}}$

3. Να βρείτε τις τιμές του x που ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις και μετά να τις απλοποιήσετε .

i. $A = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ ii. $B = \frac{x\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$

4. Να μετατρέψετε τις παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

i. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ii. $\frac{4}{\sqrt{12}}$

iii. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

5. Αν $a \geq 0$ να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με την μορφή μιας ρίζας:

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{a^6} \sqrt{a^3}}$$

6. Αν $a \geq 0$ να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με την μορφή μιας ρίζας:

$$A = \sqrt[3]{\sqrt[4]{a^5} \sqrt[4]{a^7}}$$

7. $B = \sqrt[5]{\sqrt[6]{a^4} \sqrt[3]{a^8}}$

8. Αν $a \geq 0$ να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με την μορφή μιας

Ρίζας: $A = \sqrt{a^4 \sqrt[4]{a} \sqrt[3]{a^5}}$

$$B = \sqrt[3]{a \sqrt[5]{a} \sqrt{a^3}}$$

$$\Gamma = \sqrt[7]{a^4 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[4]{a^7}}$$

$$E = \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^3} \sqrt{x^9}}$$

9. Αν ο x είναι ρητός, να μετατρέψετε τις παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

i. $\frac{6}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$

ii. $\frac{1 + 3\sqrt{2}}{1 - 3\sqrt{2}}$

iii. $\frac{x - 3}{\sqrt{x^2 + 7} - 4}$

10. Αν $\alpha, \beta > 0$, να δείξετε ότι : $\alpha + \beta \geq 2\sqrt{\alpha\beta}$

11. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A=2\alpha^2+3\alpha\beta-5\beta^2 \text{ για } \alpha=\sqrt{3}+\sqrt{2} \text{ και } \beta=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

8. Δίνεται η $A = (\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+3})(\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+3})$

Αφού βρείτε για ποιες τιμές του x έχει νόημα αυτή και μετά να βρείτε την τιμή της.

9. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

$$A = \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2} \quad \Gamma = \sqrt{a^4\beta^2} - \sqrt{a^2\beta^4}$$

$$B = \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} \quad \Delta = \sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(2-a)^2}$$

10. Να βρείτε τα εξαγόμενα

i. $(\sqrt{12} - \sqrt{27}) \cdot (\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{108}) =$

ii. $(\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{20}) \cdot (\sqrt{50} - \sqrt{45} + \sqrt{125}) =$

11. Να βρείτε τα γινόμενα

$$A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}} =$$

$$B = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{6-\sqrt{4}} \cdot \sqrt[4]{6+\sqrt{4}} =$$

12. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$$

$$B = (\sqrt{5}-1) \cdot \sqrt{6+2\sqrt{5}}$$

$$\Gamma = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

$$\Delta = \sqrt{8+2\sqrt{15}}$$

13. Να υπολογίσετε την παράσταση

$$\sqrt{41-\sqrt{29-\sqrt{19-\sqrt{9}}}} =$$

14. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

i. $(3-\sqrt{3})x+2-\sqrt{3} = -1$

ii. $-\sqrt{3} \cdot x + \sqrt{12} = -\sqrt{3}$

iii. $\sqrt{5} \cdot x - \sqrt{45} = -x + 3$

iv. $2(1-x) - \sqrt{3}(x+1) = 0$

15. Να μετατρέψετε τις παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

i. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ii. $\frac{10}{\sqrt[5]{2^3}}$

iii. $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

iv. $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

v. $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+7}-4}$

iv. $\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}-2x+1}$

v. $\frac{1}{3-\sqrt{6}+\sqrt{3}}$

16. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\text{i. } \sqrt[5]{\sqrt{7}\sqrt[3]{7}} = \quad \text{ii. } \frac{2}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = \quad \text{iii. } \sqrt{\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}\sqrt[4]{\frac{y^3}{x^3}}}}$$

$$\text{iv. } \frac{\sqrt{5^3}\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[6]{5}} \quad \text{v. } \sqrt{3\sqrt[3]{3\sqrt{3}}} =$$

17. Αν $1 < x < 2$ να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{1-x} - \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} =$$

18. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$$\text{I) } \frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{17}{3\sqrt{2}+1} \quad \text{II) } \frac{1}{(3-\sqrt{2})^2} - \frac{1}{(3+\sqrt{2})^2}$$

19. Έστω $x = \sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{4+2\sqrt{3}}$

α. να δείξετε ότι: $x < 0$

β. να δείξετε ότι: $x^2 = 4$

γ. να βρείτε τον x

20. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $16x^4 - 81 = 0$

ii. $(x-1)^{10} - 1024 = 0$

iii. $3x^6 + 1 = 0$

iv. $(3x-1)^5 + 32 = 0$

21. Να δείξετε ότι ο αριθμός $3\sqrt{2} - 1$ είναι η τετραγωνική ρίζα του $19 - 6\sqrt{2}$

22. i. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $(1+2\sqrt{5})^2$ και $(1-2\sqrt{5})^2$.

ii. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $\sqrt{21+4\sqrt{5}} - \sqrt{21-4\sqrt{5}}$

23. Αν $A = \sqrt{8} - \sqrt{12} - \sqrt{50} + \sqrt{75}$ και $B = \sqrt{18} - \sqrt{27} - \sqrt{32} + \sqrt{48}$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

i. A και B

ii. $A \cdot B$ και $\frac{A}{B}$

24. i. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $(\sqrt{2}-1)^3$ και $(1+\sqrt{2})^3$

ii. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} - \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$

25. Να γράψετε τις παραστάσεις με την βοήθεια μιας ρίζας.

i. $\sqrt[4]{5}$

ii. $\sqrt[3]{3\sqrt{2}}$

iii. $\sqrt[3]{2\sqrt{3}}$

$\sqrt[4]{2^3}\sqrt[3]{2^2}$

26. Αν $(\alpha-1)^2 + |2\alpha - \beta| + \sqrt{\alpha - \beta + \gamma} = 0$. Να βρείτε τους α, β, γ .

27. Έστω η εξίσωση : $x^3+8=0$ (1)

i. Να λύσετε την εξίσωση (1)

ii. Αν η εξίσωση $4\alpha^4x^2-1=0$ και η (1) έχουν κοινή λύση να βρείτε το α .

iii. Αν η εξίσωση $(\beta+1)^5x^{10}+32=0$ και η (1) έχουν κοινή λύση να βρείτε το β .

28. Να λυθούν οι εξισώσεις

iv. $16x^4-21=0$

v. $(x-1)^{10}-1024=0$

vi. $3x^6+1=0$

vii. $(3x-1)^5+32=0$

29. A) Να απλοποιήσετε την παράσταση : $A = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{4}{6}}$

B) Να μετατρέψετε το κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή

30. A) Να απλοποιήσετε την παράσταση : $A = \frac{1}{A} \sqrt[5]{6\sqrt{6^2}} \cdot \sqrt[6]{4\sqrt{6^9}} \cdot \sqrt[3]{10\sqrt{4\sqrt{6^{19}}}}$

B) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{4}{A}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή

33. Δίνονται οι αριθμοί :

$$a = \left(\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} \right)^2$$

$$\beta = \sqrt[3]{3 + \sqrt{6}} \cdot \sqrt[3]{4 + \sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{3 - \sqrt{6}} \cdot \sqrt[3]{4 - \sqrt{7}}$$

A) Να βρεθούν οι a και β

B) Αν ισχύει $a < x < \beta$, δείξτε ότι η παράσταση :

$$A = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

είναι ανεξάρτητη του x .