

Ρίζες Πραγματικών Αριθμών



Τετραγωνική ρίζα μη Αρνητικού Αριθμού

Το σύμβολο \sqrt{a}
έχει νόημα, όταν $a \geq 0$.

Αν $a \geq 0$, η \sqrt{a} παριστάνει τη μη αρνητική λύση της εξίσωσης $x^2=a$.

Για κάθε $a \geq 0$ είναι $\sqrt{a} \geq 0$ [το = ισχύει για $a = 0$]

Ιδιότητες τετραγωνικών ριζών

$$\sqrt{a^2} = |a|, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Αν } a \geq 0 \text{ τότε } \sqrt{a^2} = a$$

$$\text{Αν } a \geq 0 \text{ και } \beta \geq 0 \text{ τότε } \sqrt{a\beta} = \sqrt{a}\sqrt{\beta}$$

$$\text{Αν } a \geq 0 \text{ και } \beta > 0 \text{ τότε } \sqrt{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}}$$

$$\text{Αν } a \geq 0 \text{ και } \beta \geq 0 \text{ τότε } \sqrt{a^2\beta} = a\sqrt{\beta}$$

ν-οστή ρίζα μη Αρνητικού Αριθμού

Η ν-οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a συμβολίζεται με $\sqrt[n]{a}$ και είναι ο μη αρνητικός αριθμός που, όταν υψωθεί στην n , δίνει το a .



Αν $a \geq 0$ και n θετικός ακέραιος, τότε η $\sqrt[n]{a}$ παριστάνει τη μη αρνητική λύση της εξίσωσης $x^n = a$.

Το σύμβολο $\sqrt[n]{a}$ έχει νόημα, όταν $a \geq 0$



- Γράφουμε: $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$ και ι
- Για κάθε $a \geq 0$ είναι $\sqrt[n]{a} \geq 0$

Ιδιότητες των ριζών

Αν $a \geq 0$, τότε i) $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ii) $\sqrt[n]{a^n} = a$

Αν $a \leq 0$, και n άρτιος τότε $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

Αν $a, \beta \geq 0$, τότε $\sqrt[n]{a\beta} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{\beta}$

Αν $a, \beta \geq 0$, τότε $\sqrt[n]{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{\beta}}$

Αν $a, \beta \geq 0$, τότε $\sqrt[n]{a^m \beta} = a \sqrt[n]{\beta}$

Αν $a \geq 0$, τότε $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^{\mu \cdot \rho}}} = \sqrt[n]{a^{\mu}}$$

με $a \geq 0$

Αν $\alpha, \beta \geq 0$, τότε ισχύει :

$$\alpha < \beta \Leftrightarrow \sqrt[n]{\alpha} < \sqrt[n]{\beta}$$

Δυνάμεις με Ρητό Εκθέτη

Αν $a > 0$, μ ακέραιος και n θετικός ακέραιος, τότε ορίζουμε

$$a^{\frac{\mu}{n}} = \sqrt[n]{a^{\mu}} \quad \text{Αν } \mu, n \text{ θετικοί ακέραιοι, τότε ορίζουμε } 0^{\frac{\mu}{n}} = 0$$



Οι ιδιότητες των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη ισχύουν και για δυνάμεις με ρητό εκθέτη.