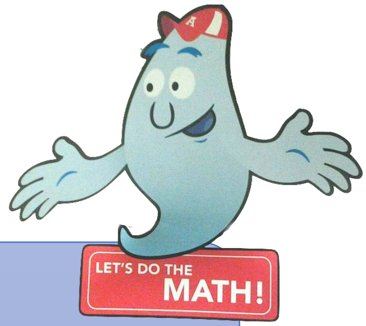
Θεωρία συνόλων



1. Τι είναι σύνολο;

Σύνολο είναι κάθε συλλογή αντικειμένων, που προέρχονται από την εμπειρία μας ή την διανόηση μας, είναι καλά ορισμένα και διακρίνονται το ένα από το άλλο.

2. Με ποιους τρόπους παριστάνουμε ένα σύνολο;

α. Με **αναγραφή** των στοιχείων του.
β. Με **περιγραφή** των στοιχείων του.
γ. Με **διάγραμμα** του **Venn**.

3. Πότε δύο σύνολα Α και Β λέγονται ίσα;

Δύο σύνολα Α και Β λέγονται **ίσα** όταν έχουν τα ίδια ακριβώς στοιχεία.

4. Πότε ένα σύνολο Α λέγεται υποσύνολο ενός συνόλου Β;

Ένα σύνολο Α λέγεται **υποσύνολο** ενός συνόλου Β, όταν κάθε στοιχείο του Α είναι και στοιχείου του Β.
Στην περίπτωση αυτή γράφουμε $A \subseteq B$

5. Τι λέγεται κενό σύνολο

Κενό σύνολο λέγεται το σύνολο που δεν έχει κανένα στοιχείο.
Το κενό σύνολο συμβολίζεται με $\varnothing$ ή $\{\}$.

6. Τι λέγεται βασικό σύνολο;

Κάθε φορά που εργαζόμαστε με σύνολα, τα σύνολα αυτά θεωρούνται υποσύνολα ενός συνόλου που λέγεται **βασικό σύνολο** και συμβολίζεται με **Ω**.

7. Τι λέγεται ένωση δύο συνόλων Α και Β;

Ένωση δύο συνόλων Α και Β ενός βασικού συνόλου Ω λέγεται το σύνολο των στοιχείων του Ω που ανήκουν τουλάχιστον σε ένα από τα σύνολα Α και Β και συμβολίζεται με $\mathbf{A \cup B}$.

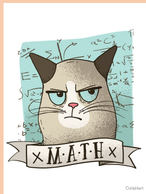
8. Τί λέγεται τομή δύο συνόλων Α και Β;

Τομή δύο υποσυνόλων Α, Β ενός βασικού συνόλου Ω λέγεται το σύνολο των στοιχείων του Ω που ανήκουν και στα δύο σύνολα Α, Β και συμβολίζεται με $\mathbf{A \cap B}$.

Αν τα Α, Β **δεν έχουν κοινά στοιχεία**, δηλαδή

$$A \cap B = \varnothing$$

τα δύο σύνολα λέγονται **ξένα** μεταξύ τους



9. Τι λέγεται συμπλήρωμα ενός υποσύνολου Α ενός βασικού συνόλου Ω;

Συμπλήρωμα ενός υποσυνόλου Α ενός βασικού συνόλου Ω λέγεται το σύνολο των στοιχείων του Ω που δεν ανήκουν στο Α και συμβολίζεται με

$\mathbf{A'}$

10. Τι είναι η διαφορά συνόλων Α – Β ;

Η **διαφορά** $\mathbf{A - B}$ είναι το σύνολο των στοιχείων του συνόλου Α **που δεν ανήκουν** στο σύνολο **Β.**

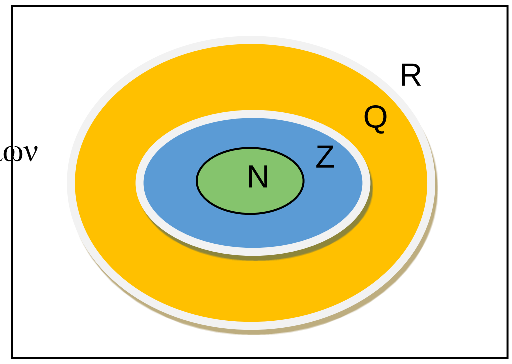
<u>Παρατηρήσεις</u>

Τα σύμβολα $\in$ και $\notin$.

- Αν το x είναι στοιχείο του συνόλου Α, τότε γράφουμε x $\in$ Α.
- Αν το x δεν είναι στοιχείο του συνόλου Α, τότε γράφουμε x $\notin$ Α.

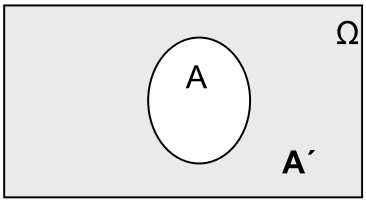
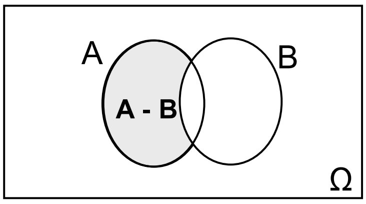
➢ **Γνωστά σύνολα αριθμών**

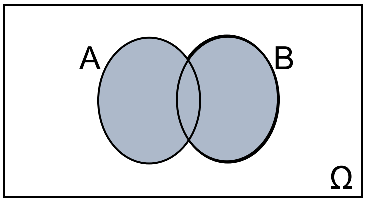
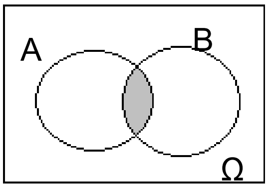
- $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,\ldots\}$ των φυσικών
- $\mathbb{Z} = \{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$ των ακέραιων
- $\mathbb{Q} = \left\{\frac{\alpha}{\beta}, \alpha,\beta \in \mathbb{Z} \text{ με } \beta \neq 0\right\}$ των ρητών
- $\mathbb{R}$ των πραγματικών



➤ Ισχύει $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

Είναι :

$\mathbf{A' = \{x \in \Omega \,/\, x \notin A\}}$	$\mathbf{A - B = \{x \in \Omega \,/\, x \in A \text{ και } x \notin B\}}$
	

$A \cup B = \{x \in \Omega \,/\, x \in A$ **ή** $x \in B\}$	$A \cap B = \{x \in \Omega \,/\, x \in A$ **και** $x \in B\}$
	

ΙΣΧΥΟΥΝ:

I.

- $A \subseteq A$, για κάθε σύνολο Α
- Αν $A \subseteq B$ και $B \subseteq \Gamma$, τότε $A \subseteq \Gamma$
- Αν $A \subseteq B$ και $B \subseteq A$, τότε $A = B$
- $\varnothing \subseteq A$

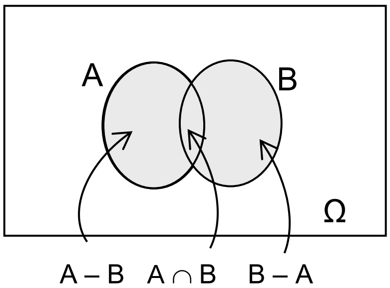
II.

- $A \subseteq A \cup B$ και $B \subseteq A \cup B$
- $A \cap B \subseteq A$ και $A \cap B \subseteq B$
- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cap B \subseteq A \cup B$
- Αν $A \subseteq B$, τότε $A \cup B = B$
- Αν $A \subseteq B$, τότε $A \cap B = A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$

III.

- $A \cup A' = \Omega$
- $\varnothing' = \Omega$
- Αν $A \cup B = \Omega$ και $A \cap B = \varnothing$ **,** $A' = B$ και $B' = A$
- $A \cap A' = \varnothing$
- $\Omega' = \varnothing$

IV.



- $(A - B) \subseteq A$ και $(B - A) \subseteq B$
- $A - B = A \cap B'$ και $B - A = B \cap A'$
- $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$
- $(A - B) \cup (A \cap B) = A$
- $(A - B) \cap (A \cap B) = \varnothing$
- $(A - B) \cap (B \cap A) = \varnothing$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- Τα σύνολα $A - B$, $A \cap B$ και $B - A$ είναι ξένα ανά δύο.
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$