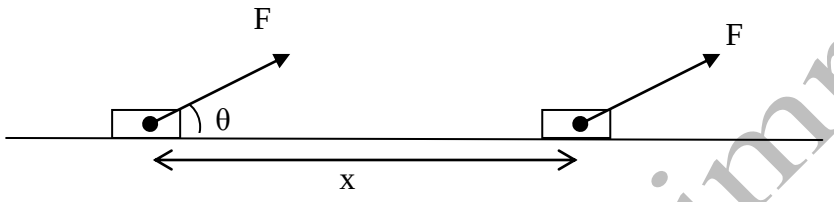
ΚΕΦ. 2.2 – ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Έχουμε ήδη μελετήσει την κίνηση σωμάτων *κινηματικά* – με τις εξισώσεις κίνησης – αλλά και *δυναμικά* – $1^{ος}$ και $2^{ος}$ Νόμος του Νεύτωνα. Σ' αυτό το κεφάλαιο θα κάνουμε το ίδιο και *ενεργειακά* μαθαίνοντας και ένα τελευταίο εργαλείο που απλουστεύει πολύ τη μελέτη της κίνησης ενός σώματος: το Έργο και την Ενέργεια.

Η έννοια του Έργου Δύναμης (Work – W)

«Όταν μία (σταθερή) δύναμη F μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά διάστημα x, λέμε ότι η δύναμη παράγει έργο $W_F = F \cdot x \cdot \text{συν}\theta$, όπου θ η γωνία που σχηματίζει η δύναμη με τη μετατόπιση x»



$$\boxed{W_F = F \cdot x \cdot \text{συν}\theta}$$

Το έργο είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος και έχει διαστάσεις ενέργειας, γι' αυτό και στο SI η μονάδα μέτρησης του έργου είναι το 1 N·m = 1 joule (τζουλ)

Ας υποθέσουμε ότι στο παραπάνω σχήμα το σώμα είναι ένα κιβώτιο αρχικά ακίνητο και ότι τη δύναμη F την ασκούμε εμείς με ένα σχοινί που έχουμε δέσει στο κιβώτιο. Παρατηρούμε ότι το παραπάνω σώμα από εκεί που ήταν αρχικά ακίνητο βρέθηκε μετά με ταχύτητα, άρα και με κινητική ενέργεια. Πού τη βρήκε όμως αυτή την ενέργεια; Του τη δώσαμε εμείς, μέσω της δύναμης F που ασκήσαμε στο σώμα σε όλη τη διαδρομή x. Αλλά αυτό ακριβώς εκφράζει και το Έργο μιας δύναμης: την ενέργεια που ***μεταφέρεται*** από ένα σώμα (εμάς στο παράδειγμα) σε ένα άλλο (στο κιβώτιο)

Το έργο λοιπόν ως φυσικό μέγεθος εκφράζει την ενέργεια που **μεταφέρεται** από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που **μετατρέπεται** από μια μορφή σε μιά άλλη στο ίδιο σώμα.
(το $2^{ο}$ σκέλος της παραπάνω πρότασης θα το δούμε παρακάτω στη σελ.6)

Στον παραπάνω ορισμό του έργου διακρίνουμε 4 περιπτώσεις:

i. η γωνία $\theta = 0^{o}$, ή αλλιώς, η F είναι <u>παράλληλη</u> με τη μετατόπιση x (στο παραπάνω σχήμα η F είναι οριζόντια). Τότε $\mathbf{W_F = F \cdot x}$

ii. η γωνία $\theta = 90^{o}$, ή αλλιώς, η F είναι συνεχώς <u>κάθετη</u> με τη μετατόπιση x. Όμως συν90^{o} = 0 οπότε και $\mathbf{W_F = 0}$. Λέμε τότε ότι η δύναμη F ΔΕΝ ΠΑΡΑΓΕΙ έργο, άρα και δεν επηρεάζει το σώμα στην κίνησή του.

iii. η γωνία θ είναι οξεία [$0^{o} \leq \theta < 90^{o}$], οπότε και το συνθ είναι <u>θετικό</u>, άρα και το έργο είναι θετικό. Τότε $\mathbf{W_F > 0}$ και λέμε ότι η δύναμη F ΠΑΡΑΓΕΙ έργο.

iv. η γωνία θ είναι αμβλεία [$90^{o} < \theta \leq 180^{o}$], οπότε και το συνθ είναι <u>αρνητικό</u>, άρα και το έργο είναι αρνητικό. Τότε $\mathbf{W_F < 0}$ και λέμε ότι η δύναμη F ΚΑΤΑΝΑΛΩΝΕΙ έργο.

users.sch.gr/dimror

Παρατήρηση: το Έργο, παρότι έχει μονάδες ενέργειας, ΔΕΝ είναι κάποιας μορφής ενέργεια. Μας βοηθά στο να εξηγήσουμε πώς μεταφέρεται ή μετατρέπεται η ενέργεια (το ίδιο ισχύει και για τη Θερμότητα Q). Ένα ανάλογο παράδειγμα της Ενέργειας και του Έργου είναι το Χρήμα και η Επιταγή. Η επιταγή χρησιμεύει στη μεταφορά χρημάτων από ένα λογαριασμό σε έναν άλλο αλλά η ίδια η επιταγή δεν είναι χρήμα, δεν είναι ευρώ. Πχ ο Α έχει 1000€ στο λογαριασμό του και δίνει μια επιταγή 200€ στον Β που έχει 500€ στο δικό του λογαριασμό. Τότε μεταβιβάζεται χρήμα αξίας 200€ στον Β, ο οποίος αυξάνει το λογαριασμό του στα 700€ (αντίστοιχα ο Α μειώνει το λογαριασμό του στα 800€). Αν πούμε τώρα ότι ο Α έχει 1000J ενέργεια και ασκεί δύναμη στον Β, τότε ο Α έχει μεταβιβάσει στον Β ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης που του άσκησε. Αν το έργο της δύναμης είναι 200J, τότε ο Β αυξάνει την ενέργειά του στα 700J ενώ ο Α έχει μειώσει την ενέργειά του στα 800J (γιατί «κουράστηκε» ασκώντας δύναμη στον Β)

Παρατήρηση2: στο σημείο αυτό χρήσιμο είναι να θυμίσουμε ότι ένα σώμα μάζας **m** που κινείται με ταχύτητα **υ**, θα έχει κινητική ενέργεια **K** που δίνεται από τον τύπο:

$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$$

Η κινητική ενέργεια – όπως και το έργο δύναμης – είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος και στο SI η μονάδα μέτρησής του είναι το 1 J (joule – τζουλ)

- ✓ Θεωρία §2.2.1 σελ. 220-224 σχολικού βιβλίου
- ✓ Ερωτήσεις σελ. 247: 1,2
- ✓ Ασκήσεις σελ. 251: 1,9,11

users.sch.gr/dimror

Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.)

Ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στην επίλυση προβλημάτων ενεργειακά είναι το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (ή για συντομία Θ.Μ.Κ.Ε.). Αυτό συνοψίζεται στην εξής πρόταση:

«Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω στο σώμα»

Αλγεβρικά γράφεται:

$$\boxed{\Delta K = \Sigma W_F}$$

ή αλλιώς

$$\boxed{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F1} + W_{F2} + \ldots}$$

<u>Παρατήρηση:</u> Το ΘΜΚΕ μας βοηθά στην επίλυση ασκήσεων όπου δεν δίνεται ούτε και ζητείται ο χρόνος κίνησης (t) ενός σώματος, αλλά ζητείται η απόσταση που διήνησε ή η ταχύτητα του σώματος σε κάποια θέση, ή η κινητική ενέργεια, ή το έργο μιας γνωστής (ή και άγνωστης ακόμα) δύναμης. Το ΘΜΚΕ ισχύει γιά <u>όλες</u> τις δυνάμεις, συντηρητικές ή μη (τις συντηρητικές δυνάμεις θα τις δούμε λίγο παρακάτω)

Μεθοδολογία επίλυσης ασκήσεων με το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ)

Τα βήματα που ακολουθούμε για να λύσουμε ένα πρόβλημα με ΘΜΚΕ είναι τα εξής:

1. Σχεδιάζω το σώμα στην αρχική (Α) και την τελική θέση της διαδρομής του (συνήθως Γ).
2. Σχεδιάζω το σώμα και σε μία τυχαία (ενδιάμεση) θέση και σ' αυτή τη θέση σχεδιάζω όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
3. Υπολογίζω τις δυνάμεις.
4. Για κάθε δύναμη που υπολόγισα, βρίσκω το έργο της για τη συγκεκριμένη διαδρομή. Οι κάθετες στη μετατόπιση δυνάμεις έχουν μηδενικό έργο για τη διαδρομή, ενώ οι δυνάμεις που είναι αντίθετες στη μετατόπιση έχουν έργο αρνητικό.
5. Υπολογίζω τις κινητικές ενέργειες $K_{\alpha\rho\chi}$ και $K_{\tau\varepsilon\lambda}$ στην αρχική και τελική θέση αντίστοιχα. Αν το σώμα ξεκινά από ακινησία (ήταν αρχικά ακίνητο) θα έχει $K_{\alpha\rho\chi}=0$, ενώ αν τελικά σταματάει είναι $K_{\tau\varepsilon\lambda}=0$.
6. Τέλος, εφαρμόζω το ΘΜΚΕ ως εξής:

   Γράφω «Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ από τη θέση Α ως τη θέση Γ:» και στη συνέχεια γράφω:

   $$K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=W_{F1}+W_{F2}+W_{F3}...$$

   για όσα έργα δυνάμεων έχω υπολογίσει. Προκύπτει συνήθως πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς την άγνωστη μεταβλητή μας.

Σημείωση: $K_{\alpha\rho\chi}$ είναι η K_A και $K_{\tau\varepsilon\lambda}$ η K_Γ.

Παράδειγμα εφαρμογής ΘΜΚΕ:

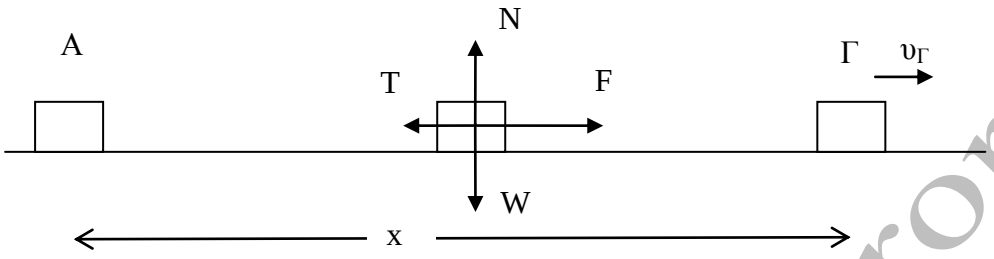
users.sch.gr/dimror

Σώμα μάζας m = 2 kg κινείται σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης F = 7 N που το μετακινεί για απόσταση x = 5m. Αν το σώμα είναι αρχικά ακίνητο και παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,1 να βρείτε την ταχύτητα που έχει αναπτύξει στο τέλος των 5m. Δίνεται $g=10m/s^2$

Λύση:

Εφαρμόζουμε τα βήματα της μεθοδολογίας:

<u>1° και 2° βήμα:</u>



<u>3° βήμα – υπολογισμός δυνάμεων:</u>

Επειδή $\Sigma Fy=0 \Rightarrow N=W$. Όμως $W=m\cdot g \Rightarrow W=2\cdot 10 \Rightarrow W=20N$

$T=\mu\cdot N \Rightarrow T=0,1\cdot 20 \Rightarrow T=2N$

<u>4° βήμα – υπολογισμός έργων δυνάμεων:</u>

$W_F = F\cdot x = 7\cdot 5 = 35$ J

$W_T = -T\cdot x = -2\cdot 5 = -10$ J (δύναμη αντίθετη στην κίνηση, καταναλισκόμενο έργο)

$W_W = 0$ (κάθετη δύναμη)

$W_N = 0$ (κάθετη δύναμη)

<u>5° βήμα – υπολογισμός κινητικών ενεργειών:</u>

$K_{αρχ} = K_A = 0$ (αρχικά ακίνητο)

$K_{τελ} = K_Γ = \frac{1}{2}m\upsilon^2{}_Γ = \upsilon^2{}_Γ$

<u>6° βήμα – εφαρμογή ΘΜΚΕ:</u>

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ από τη θέση Α ως τη θέση Γ:

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F + W_T + W_W + W_N \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_Γ{}^2 = 35 - 10 + 0 + 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_Γ{}^2 = 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\upsilon_Γ = 5 \text{ m/s}}$

<u>Παρατήρηση:</u> τα προβλήματα που λύνονται με ΘΜΚΕ λύνονται και δυναμικά με τους νόμους του Νεύτωνα που έχουμε μάθει ως τώρα, αλλά πολύ πιο δύσκολα!
Εξάσκηση: Δοκιμάστε να λύσετε το παραπάνω πρόβλημα με 2° Νόμο Νεύτωνα και εξισώσεις κίνησης

- ✓ Θεωρία §2.2.2 σελ. 224-226 σχολικού βιβλίου
- ✓ Ερωτήσεις σελ. 247-249: 5,10,11,16,19*,24
- ✓ Ασκήσεις σελ. 251-252: 3,12,14,15*,16*,18

users.sch.gr/dimror

Δυναμική Ενέργεια

Ένα σώμα μάζας m που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, λέμε ότι έχει

Δυναμική Ενέργεια λόγω θέσης $\boxed{U = m \cdot g \cdot h}$

Προφανώς, όπως και η κινητική, έτσι και η δυναμική ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος και μετριέται σε joule (J)

Παρατήρηση: Η δυναμική ενέργεια U είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδασης του σώματος αυτού με τη Γη και ανήκει στο σύστημα σώμα-Γη. Καταχρηστικά όμως εμείς – επειδή το σώμα κινείται και όχι η Γη – λέμε ότι η δυναμική ενέργεια ανήκει εξ'ολοκλήρου στο σώμα.

Παρατήρηση 2: Στον παραπάνω ορισμό της δυναμικής ενέργειας *(«...σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης ...»)* θεωρήσαμε σιωπηρά ότι η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στην επιφάνεια της Γης. Αυτό είναι μια σύμβαση που αν δε μας βολεύει σε ένα πρόβλημα μπορούμε να την αλλάξουμε. Συνήθως επιλέγουμε επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν (και γράφουμε στο σχήμα μας U=0) το κατώτερο σημείο της τροχιάς που κάνει το σώμα μας.

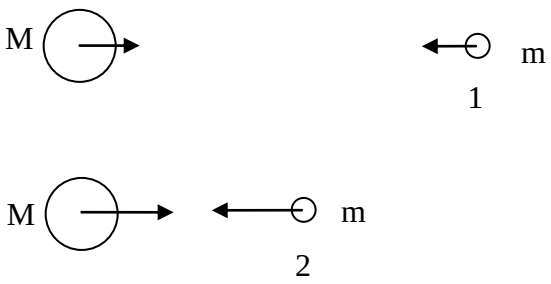
Διαφορά δυναμικής ενέργειας

Γενικά, μπορούμε να πούμε ότι αν μεταξύ 2 σωμάτων υπάρχει αλληλεπίδραση F, τότε το έργο της αλληλεπίδρασης αυτής W_F κατά τη μετακίνηση από μια θέση 1 σε μια νέα θέση 2, ισούται με τη διαφορά της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των 2 σωμάτων:

$$\boxed{U_1 - U_2 = W_{F(1\to2)}}$$

Παράδειγμα:

Έστω 2 μάζες M και m. Αρχικά η m βρίσκεται στη θέση 1 και το σύστημα έχει δυναμική ενέργεια U_1=200J. Αφήνουμε την m ελεύθερη να κινηθεί προς την M λόγω της βαρυτικής έλξης και την πλησιάζει στη θέση 2 όπου η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι πλέον U_2=150J (θεωρούμε ότι η M είναι συνέχεια ακίνητη). Τότε το έργο της ελκτικής δύναμης θα ισούται με τη διαφορά των δυναμικών ενεργειών στη θέση 1 και στη θέση 2:



$W_{F(1\to2)} = U_1 - U_2 \Rightarrow W_{F(1\to2)} = 200 - 150 \Rightarrow W_{F(1\to2)} = 50$ J

Παρατήρηση: για τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση 1 στη θέση 2, το έργο της δύναμης $W_{F(1\to2)}$ ισούται είτε με τη ***διαφορά*** της δυναμικής ενέργειας $U_1 - U_2$ είτε με τη ***μεταβολή*** της κινητικής ενέργειας $K_2 - K_1$

- Διαφορά = αρχική – τελική, ενώ Μεταβολή = τελική – αρχική θέση !!

- ✓ Θεωρία §2.2.3 σελ. 227-230 σχολικού βιβλίου
- ✓ Ερωτήσεις σελ. 248-250: 14,25,27
- ✓ Ασκήσεις σελ. 251: 2

users.sch.gr/dimror

Μηχανική Ενέργεια

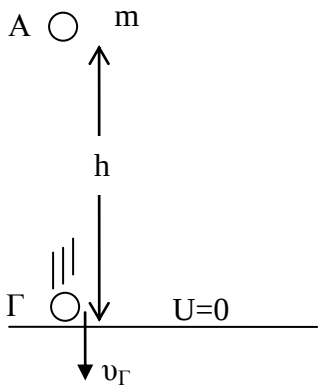
Έχουμε ήδη δει ότι όταν ένα σώμα μάζας m έχει ταχύτητα υ, τότε λέμε ότι έχει Κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$, ενώ όταν ένα σώμα μάζας m βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, τότε λέμε ότι έχει Δυναμική ενέργεια U = mgh. Αν το σώμα καί κινείται καί βρίσκεται σε ύψος, τότε προφανώς θα έχει καί κινητική καί δυναμική ενέργεια.

Το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, το ονομάζουμε
Μηχανική Ενέργεια Ε:

$$\boxed{E = K + U}$$

Προφανώς και η Μηχανική Ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος και μετριέται σε J

Έστω τώρα ότι έχουμε ένα σώμα μάζας m σε ύψος h το οποίο αφήνουμε να πέσει με ελεύθερη πτώση μέχρι το έδαφος



Το σώμα στη θέση (Α) έχει δυναμική ενέργεια $U_A = m \cdot g \cdot h$, ενώ η κινητική του ενέργεια είναι $K_A = 0$ αφού είναι αρχικά ακίνητο.

Καθώς το αφήνουμε να πέσει αυτό κινείται με την επίδραση του βάρους W και μόνο (ελεύθερη πτώση).

Λίγο πριν χτυπήσει το έδαφος στη θέση (Γ) το σώμα θα έχει αναπτύξει ταχύτητα υ_Γ και θα έχει κινητική ενέργεια $K_\Gamma = \frac{1}{2} m \upsilon_\Gamma^{\ 2}$, ενώ η δυναμική του ενέργεια είναι $U_\Gamma = 0$ αφού βρίσκεται σε μηδενικό ύψος.

Επειδή όπως είπαμε το σώμα κάνει ελεύθερη πτώση, το h στη σχέση $U_A = m \cdot g \cdot h$ θα ισούται με $h = \frac{1}{2} gt^2$, οπότε το U_A γίνεται $U_A = m \cdot g \cdot h = mg\frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} mg^2t^2 = \frac{1}{2} m(g\,t)^2$
Όμως η ταχύτητα υ_Γ που θα έχει αναπτύξει στη θέση Γ όταν θα έχει διανύσει όλο το ύψος h, δίνεται από τη σχέση $\upsilon_\Gamma = gt$, άρα η παραπάνω σχέση γίνεται $U_A = \frac{1}{2} m(g\,t)^2$
$= \frac{1}{2} m \upsilon_\Gamma^{\ 2} = K_\Gamma$!!
Βλέπουμε λοιπόν ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος στη θέση Α μετατράπηκε ολόκληρη σε κινητική ενέργεια στη θέση Γ ($U_A = K_\Gamma$).
Πώς έγινε αυτό; Με την επίδραση του βάρους W, ή καλύτερα με το <u>έργο</u> της δύναμης του βάρους. Βλέπουμε λοιπόν πάλι (βλ. σελ. 1) ότι:
*«Το έργο ως φυσικό μέγεθος εκφράζει – όχι μόνο – την ενέργεια που **μεταφέρεται** από ένα σώμα σε ένα άλλο αλλά και που **μετατρέπεται** από μια μορφή σε μιά άλλη στο ίδιο σώμα.»* (στο παράδειγμά μας μετατράπηκε από δυναμική σε κινητική)

users.sch.gr/dimror

Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.)

Στο παραπάνω παράδειγμα προσέξτε ότι η Μηχανική ενέργεια στη θέση (Α) ισούται με: $E_A = K_A + U_A \Rightarrow E_A = U_A$ *[σχέση 1]*
, ενώ στη θέση (Γ) ισούται με:
$E_\Gamma = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow E_\Gamma = K_\Gamma$ *[σχέση 2]*

Επειδή όμως τα δεύτερα μέλη των σχέσεων 1 και 2 είναι ίσα, άρα θα είναι και τα πρώτα, θα ισχύει δηλαδή:

$$E_A = E_\Gamma$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι για μια μετακίνηση του σώματος από μια θέση Α σε μια άλλη θέση Γ, που γίνεται μόνο με την επίδραση του βάρους, η Μηχανική Ενέργεια Ε παραμένει διαρκώς σταθερή, δηλαδή διατηρείται. Αυτό αποτελεί και την περίφημη «Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας» ή αλλιώς Α.Δ.Μ.Ε. η οποία αλγεβρικά γράφεται:

$$\boxed{E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda}}$$

ή αλλιώς

$$\boxed{K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}}$$

Η Α.Δ.Μ.Ε. αποτελεί το δεύτερο πολύ χρήσιμο εργαλείο στην επίλυση προβλημάτων ενεργειακά, μετά το Θ.Μ.Κ.Ε.

Παρατήρηση: Όπως και με το ΘΜΚΕ έτσι και η ΑΔΜΕ μας βοηθά στην επίλυση ασκήσεων όπου δεν δίνεται ούτε και ζητείται ο χρόνος κίνησης (t) ενός σώματος, αλλά ζητείται η ταχύτητα του σώματος σε κάποια θέση, ή το ύψος του ή η κινητική ή δυναμική του ενέργεια συνολικά. Σε αντίθεση με το ΘΜΚΕ, η ΑΔΜΕ δεν ισχύει για όλες τις δυνάμεις, αλλά μόνο για τις συντηρητικές (τις συντηρητικές δυνάμεις θα τις δούμε λίγο παρακάτω)

- Γενικά, η εφαρμογή της ΑΔΜΕ είναι πιο εύκολη από την εφαρμογή του ΘΜΚΕ, οπότε πρώτα κοιτάζουμε αν μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα με ΑΔΜΕ και αν δεν γίνεται τότε εφαρμόζω ΘΜΚΕ.
- Επειδή η ΑΔΜΕ δεν κάνει χρήση των έργων των δυνάμεων, ισχύει ακόμα και σε τυχαίες τροχιές, δηλαδή μη ευθείες, όπου η εφαρμογή του ΘΜΚΕ είναι δύσκολη εώς αδύνατη.

users.sch.gr/dimror

Μεθοδολογία Επίλυσης Ασκήσεων με την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.)

Τα βήματα που ακολουθούμε για να λύσουμε ένα πρόβλημα με ΑΔΜΕ είναι τα εξής:

1. Έχοντας εξασφαλίσει ότι στο σώμα ΔΕΝ ασκούνται μη συντηρητικές δυνάμεις (τριβές κλπ) σ' όλη τη διάρκεια της διαδρομής του, σχεδιάζω το σώμα στην αρχική (Α) και την τελική του θέση της διαδρομής του (συνήθως Γ).
2. Επιλέγω στάθμη (επίπεδο) μηδενικής δυναμικής ενέργειας (U=0), συνήθως επίπεδο που διέρχεται από την αρχική ή την τελική θέση του σώματος, όποια είναι πιο κάτω. Από αυτό το επίπεδο και πάνω θα μετράω το ύψος h που μου χρειάζεται στον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας U=mgh.
3. Υπολογίζω για την αρχική θέση την κινητική ενέργεια ($K_{αρχ}$) και τη δυναμική ενέργεια ($U_{αρχ}$) του σώματος.
   Το ίδιο κάνω και για την τελική θέση της διαδρομής του σώματος (υπολογίζω $K_{τελ}$ και $U_{τελ}$).
4. Τέλος, εφαρμόζω την ΑΔΜΕ ως εξής:
   Γράφω «Εφαρμόζω ΑΔΜΕ από τη θέση Α ως τη θέση Γ:» και στη συνέχεια γράφω:
   $$E_{αρχ}=E_{τελ} \Leftrightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$$
   όπου $K_{αρχ}=K_A$ κτλ...

Σημείωση: Με το 2ο βήμα θα μας προκύψει μία από τις 2 δυναμικές ενέργειες ίση με μηδέν.

Σημείωση 2: Ένα σώμα έχει δυναμική ενέργεια λόγω θέσης – ύψους (U=mgh) και λόγω κατάστασης (αν έχει συμπιέσει για παράδειγμα κατά x μέτρα ένα ελατήριο, οπότε $U=\frac{1}{2}kx^2$).

Έτσι, η δυναμική ενέργεια που υπολογίζω στο 3ο βήμα για την αρχική και την τελική θέση, είναι το <u>άθροισμα</u> της U λόγω θέσης και της U λόγω κατάστασης στην αρχική και τελική θέση.

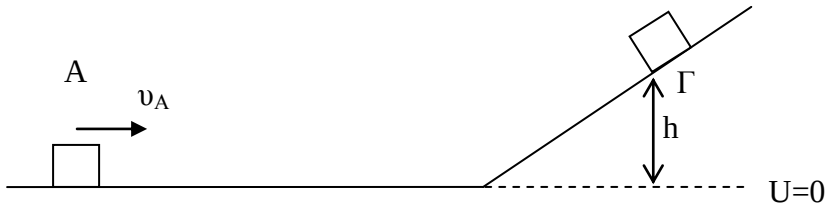
Παράδειγμα εφαρμογής ΑΔΜΕ:

Σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ = 30m/s, μέχρις ότου συναντήσει κεκλιμένο επίπεδο άγνωστης κλίσης. Βρείτε πόσο ψηλά ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει. Δίνεται $g=10m/s^2$

Λύση:

Εφαρμόζουμε τα βήματα της μεθοδολογίας:

<u>1ο και 2ο βήμα:</u>



users.sch.gr/dimror

3° βήμα:

$K_A = \frac{1}{2} m\upsilon_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot 30^2 = \frac{1}{2} \cdot 900m = 450m$

$U_A = 0$

$K_\Gamma = 0$ (αφού σταματάει)

$U_\Gamma = mgh = m \cdot 10 \cdot h = 10 \cdot m \cdot h$

4° βήμα:

Εφαρμόζω ΑΔΜΕ από τη θέση Α ως τη θέση Γ:

$E_A = E_\Gamma \Leftrightarrow K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow 450m + 0 = 0 + 10mh \Rightarrow 450m = 10mh \Rightarrow$ (οι άγνωστες μάζες m φεύγουν) $\Rightarrow 10h = 450 \Rightarrow \underline{h = 45m}$

Άρα το σώμα θα φτάσει σε ύψος 45 μέτρων στο κεκλιμένο επίπεδο

- ✓ Θεωρία §2.2.4 σελ. 230-232 σχολικού βιβλίου
- ✓ Ερωτήσεις σελ. 247-250: 4,8,26
- ✓ Ασκήσεις σελ. 251-252: 4,8,13,17

users.sch.gr/dimror

Ισχύς

Στην καθημερινή μας ζωή χρειάζεται τη συγκρίνουμε τη «δύναμη» που έχει μια μηχανή, πχ ένα αυτοκίνητο, όχι μόνο από το **έργο**-ενέργεια που παράγει αυτή η μηχανή, αλλά και από το **χρόνο** που το παράγει αυτό το έργο. Για παράδειγμα, δύο διαφορετικά αυτοκίνητα, μπορεί να είναι ικανά να κάνουν και τα δύο το ταξίδι Αθήνα – Θεσσαλονίκη, αλλά το πιο «δυνατό» αυτοκίνητο θα κάνει το ταξίδι πιο γρήγορα. Όσο πιο μικρός είναι ο χρόνος δηλαδή τον οποίο χρειάζεται αυτή η μηχανή να παράγει το συγκεκριμένο ταξίδι, τόσο πιο «ισχυρή» είναι. Για το λόγο αυτό ορίζουμε σαν **ισχύ P** μιας μηχανής, το πηλίκο του έργου W που παράγει, προς το χρόνο t στον οποίο αυτό το έργο παράγεται

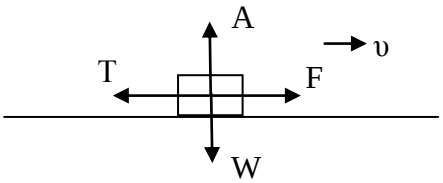
$$\boxed{P = \frac{W}{t}} \qquad \text{(σχέση 1)}$$

Όταν το έργο W που παράγει η μηχανή μετριέται σε joule (J) και ο χρόνος t σε δευτερόλεπτα (s), τότε η ισχύς P μετριέται σε **watt (W)**. Δηλαδή: $1watt = \frac{1joule}{1s}$

Πολλές φορές στην πράξη χρησιμοποιούνται σαν μονάδες ισχύος όχι μόνο το watt – W, αλλά και το κιλοβάτ (1 kW = 1.000W) και ο **ίππος** – HP (Horse Power, 1HP=745,7watt)

Σε πολλά προβλήματα η ισχύς αναφέρεται και σαν «ρυθμός παραγωγής έργου» ή «ρυθμός μεταβολής της ενέργειας», ακριβώς επειδή ορίζεται σαν Έργο προς Χρόνο.

Ειδικά για την περίπτωση που ένα σώμα κινείται <u>με σταθερή ταχύτητα</u>, οπότε η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται επάνω του θα είναι ίση με μηδέν, δηλαδή F=T, αν εφαρμόσουμε τη σχέση (1) για το έργο της δύναμης F, θα έχουμε:



$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot x}{t}$ και επειδή στην ΕΟΚ ισχύει $\upsilon = \frac{x}{t}$, προκύπτει ότι:

$$\boxed{P=F\cdot\upsilon} \qquad \text{(σχέση 2)}$$

- ✓ Θεωρία §2.2.6 σελ. 236-237 σχολικού βιβλίου
- ✓ Ερωτήσεις σελ. 247-249: 7, 12, 18, 22, 23
- ✓ Ασκήσεις σελ. 251-253: 5, 7, 10, 20

users.sch.gr/dimror