

□ Αριθμητική πρόοδος

1. Ορισμός

Η ακολουθία της οποίας κάθε όρος προκύπτει από τον προηγούμενο εάν προσθέσουμε τον ίδιο σταθερό αριθμό ω λέγεται αριθμητική πρόοδος.

2. Αναδρομικός τύπος

$$\alpha_{v+1} = \alpha_v + \omega, \quad v \geq 1$$

3. Εύρεση της διαφοράς ω

Η διαφορά μιας αριθμητικής προόδου προκύπτει από τη διαφορά δύο διαδοχικών όρων της.

$$\omega = \alpha_2 - \alpha_1 \quad \text{ή} \quad \omega = \alpha_3 - \alpha_2 \quad \text{ή} \quad \dots \omega = \alpha_{v+1} - \alpha_v$$

Γενικός (ή νιοστός όρος)

$$\alpha_v = \alpha_1 + (v-1)\omega$$

Ο τύπος χρησιμεύει για:

- α) Υπολογισμός κάθε όρου της ακολουθίας.
- β) Αλλαγή ή αντικατάσταση με τη βοήθεια του α_1 και του ω .

4. Άθροισμα v πρώτων όρων

$$S_v = \frac{v}{2}(\alpha_1 + \alpha_v)$$

ή

$$S_v = \frac{v}{2}[2\alpha_1 + (v-1)\omega]$$

5. Αριθμητικός μέσος

Ορισμός: Ο β αριθμητικός μέσος των α και γ αν και μόνο αν $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

6. Θεώρημα

α, β, γ , διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}.$$

8. Πως καταλαβαίνουμε αν μια ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος

Η (α_v) αριθμητική πρόοδος αν και μόνο αν $\alpha_{v+1} - \alpha_v = \text{σταθερό για κάθε } v \in \mathbb{N}^*$.

Παρατηρήσεις:

α) Η αριθμητική πρόοδος είναι γνωστή εάν γνωρίζουμε το α_1 και ω .

□ Γεωμετρική πρόοδος

1. Ορισμός

Η ακολουθία της οποίας κάθε όρος προκύπτει από τον προηγούμενο εάν πολλαπλασιάσουμε με τον ίδιο μη μηδενικό σταθερό αριθμό λ λέγεται γεωμετρική πρόοδος.

2. Αναδρομικός τύπος

$$\alpha_{v+1} = \lambda \cdot \alpha_v, \quad v \geq 1$$

3. Εύρεση του λόγου λ

Ο λόγος μιας γεωμετρικής προόδου προκύπτει από το λόγο δύο διαδοχικών όρων της.

$$\lambda = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \quad \text{ή} \quad \dots \lambda = \frac{\alpha_{v+1}}{\alpha_v}$$

4. Γενικός (ή νιοστός όρος)

$$\alpha_v = \alpha_1 \cdot \lambda^{v-1}$$

Ο τύπος χρησιμεύει για:

- α) Υπολογισμός κάθε όρου της ακολουθίας.
- β) Αλλαγή ή αντικατάσταση με τη βοήθεια του α_1 και του λ .

5. Άθροισμα v πρώτων όρων

$$S_v = \frac{\lambda^v - 1}{\lambda - 1} \cdot \alpha_1, \quad \lambda \neq 1$$

ή

$$S_v = v \cdot \alpha_1, \quad \lambda = 1$$

6. Γεωμετρικός μέσος

Ορισμός: Ο β γεωμετρικός μέσος των α και γ αν και μόνο αν $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$.

7. Θεώρημα

α, β, γ , διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου

$$\Leftrightarrow \beta^2 = \alpha \cdot \gamma.$$

8. Άθροισμα απείρων όρων γεωμετρικής προόδου

$$S_v = \frac{1}{1 - \lambda} \cdot \alpha_1, \quad |\lambda| < 1$$

9. Πως καταλαβαίνουμε αν μια ακολουθία είναι γεωμετρική πρόοδος

Η (α_v) είναι γεωμετρική πρόοδος αν και μόνο αν το πηλίκο δύο διαδοχικών όρων είναι σταθερό δηλαδή $\frac{\alpha_{v+1}}{\alpha_v} = \text{σταθερό για κάθε } v$.