

### 3<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Στο σχήμα 1 δίνεται το γράφημα μιας συνάρτησης  $f$ .

1. Συμπληρώστε τα κενά με προσεγγιστικές τιμές των αριθμητικών δεδομένων όπου αυτό απαιτείται:

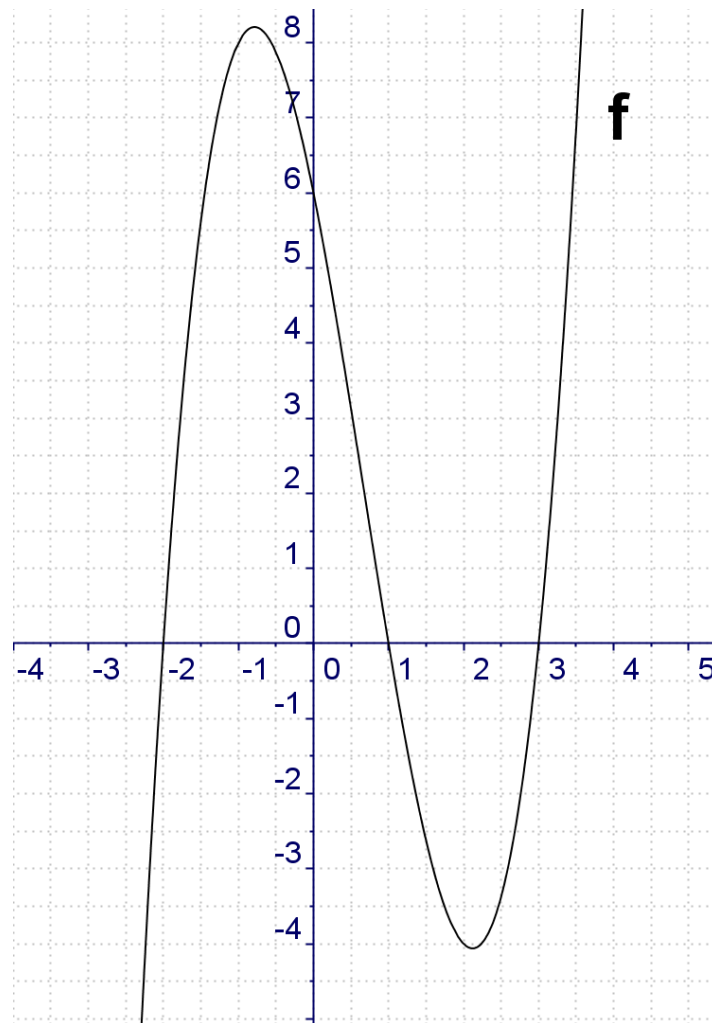
- 1)  $f(1) = \dots$  (Μονάδες 1)
- 2)  $f(2) = \dots$  (Μονάδες 1)
- 3)  $f(\dots) = f(\dots) = f(\dots) = 0$ . (Μονάδες 1)
- 4) Αν  $f(x) = 6$ , τότε  $x = \dots$  (Μονάδες 2)
- 5) Η εικόνα του αριθμού  $\dots$  μέσω της  $f$ , είναι ίση με  $-2$ . (Μονάδες 2)

2. Απαντήστε, στα παρακάτω ερωτήματα:

- 1) Να λυθεί γραφικά η εξίσωση  $f(x) = -3$ . (Μονάδες 6)
- 2) Τι παριστάνουν τα σημεία τομής του γραφήματος της συνάρτησης  $f$  με τον άξονα των τετμημένων; (Μονάδες 3)
- 3) Υπάρχει σημείο στο επίπεδο του σχήματος 1, που είναι εικόνα μιας μόνο τιμής της μεταβλητής  $x$ , μέσω της συνάρτησης  $f$ ; (Μονάδες 6)

- 4) Υπάρχει σημείο στο επίπεδο του σχήματος 1, που να απεικονίζεται σε δύο διαφορετικά σημεία, μέσω της συνάρτησης  $f$ ;

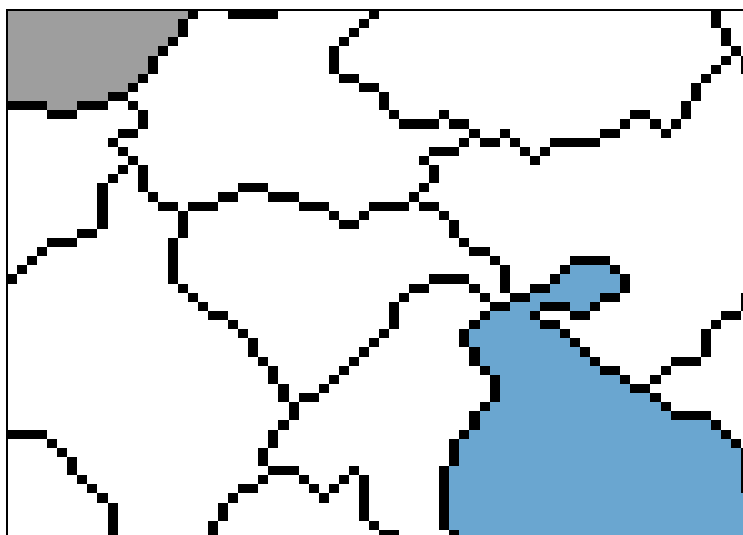
(Μονάδες 3)



Σχήμα 1

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

### Ο ΧΑΡΤΗΣ



Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε έναν χάρτη κάποιων νομών της κεντρικής και της δυτικής Μακεδονίας. Στο κέντρο του χάρτη βλέπετε το νομό Ημαθίας. Οι νομοί που τον περιστοιχίζουν είναι ο νομός Πέλλας, ο νομός Θεσσαλονίκης, ο νομός Πιερίας και ο νομός Κοζάνης. Πρέπει να χρωματίσετε τον χάρτη. Έχετε στη διάθεσή σας 5 διαφορετικά χρώματα (κόκκινο, κίτρινο, πράσινο, πορτοκαλί και καφέ). Για τον χρωματισμό του χάρτη ισχύουν δύο κανόνες:

- 1) θα χρωματιστεί μόνο ο νομός Ημαθίας και οι τέσσερεις νομοί που συνορεύουν με αυτόν.
- 2) δύο νομοί που συνορεύουν δεν μπορούν να χρωματιστούν με το ίδιο χρώμα.

#### **Ερώτημα 1:**

Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν οι μαθητές να χρωματίσουν τον χάρτη, αν μπορούν να χρησιμοποιήσουν κάθε χρώμα μόνο μια φορά;

(Μονάδες 15)

**Ερώτημα 2:**

Αν κάποιος μαθητής επιλέξει το κίτρινο χρώμα για το νομό Ημαθίας, με πόσους τρόπους μπορεί να χρωματίσει τον χάρτη αν μπορεί να χρησιμοποιήσει κάθε χρώμα μόνο μια φορά;

(Μονάδες 5)

**Ερώτημα 3:**

Ποια είναι η πιθανότητα ένας μαθητής που επιλέγουμε τυχαία να έχει χρωματίσει το νομό Ημαθίας με κίτρινο χρώμα;

(Μονάδες 5)

**Ερώτημα 4:**

Ποιο είναι το ελάχιστο πλήθος χρωμάτων που μπορεί να χρησιμοποιήσει ένας μαθητής για να χρωματίσει τον χάρτη αν δεν είναι υποχρεωμένος να χρησιμοποιήσει όλα τα διαθέσιμα χρώματα και μπορεί να χρησιμοποιήσει όσες φορές χρειάζεται κάθε χρώμα που επιλέγει;

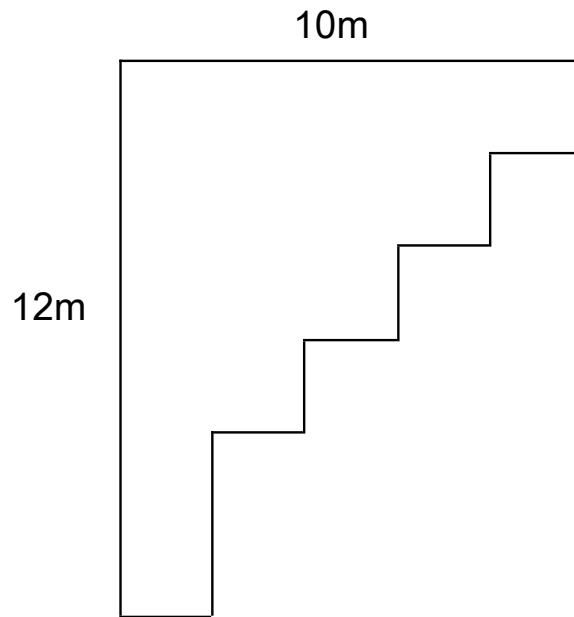
(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

1. Να μοιράσετε τα τρία τέταρτα ενός οικοπέδου σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου σε 4 όμοια ισεμβαδικά σχήματα.

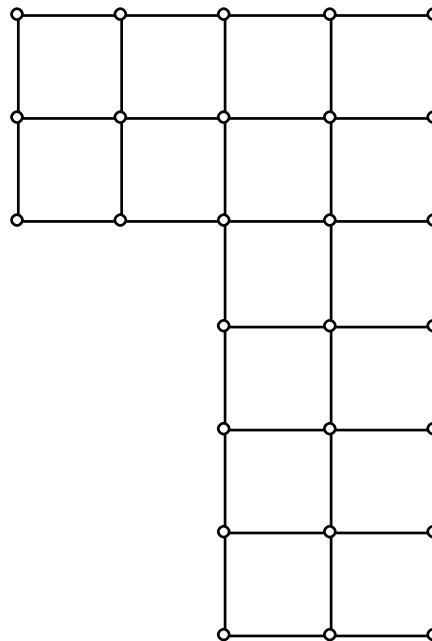
(Μονάδες 15)

2. Ποια είναι η περίμετρος του παρακάτω σχήματος ;



(Μονάδες 10)

3. Το παρακάτω σχήμα να μοιραστεί σε 4 ίδια σχήματα όχι τετράγωνα ή ορθογώνια.



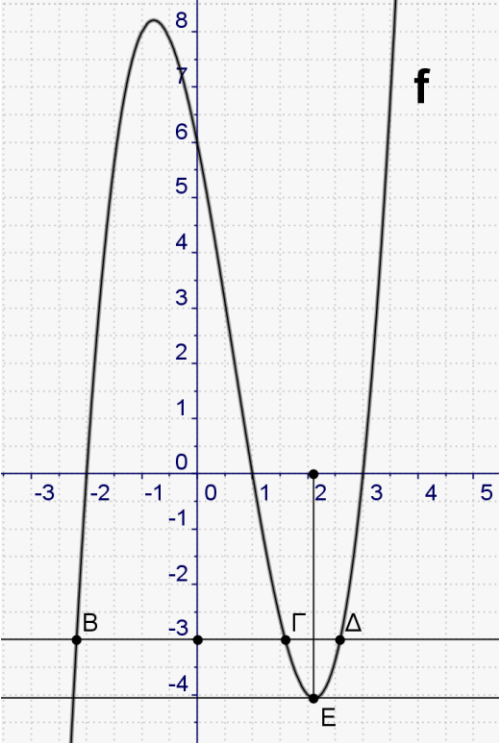
(Μονάδες 15)

**ΤΕΛΟΣ 3<sup>ου</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ**

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΣΤΟ 3<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

**ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : ΔΥΣΚΟΛΟ**

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> (Λυγάτσικας Ζήνων Βαρβάκειο Λύκειο)

1	1. $f(1) = 0$ 2. $f(2) = -4$ 3. $f(-2) = f(1) = f(3) = 0$ . 4. Το 6 είναι περίπου η εικόνα του αριθμού $-1.5$ και των $0$ και $3.5$ μέσω της συνάρτησης $f$ . 5. Η εικόνα του αριθμού $3/2$ μέσω της $f$ , είναι ίση με $-2$ . Ή επίσης το $-2$ είναι εικόνα περίπου των $-2,2$ ή $2,7$ .	1 μον.  1 μον.  1 μον.  2 μον.  2 μον.
2.1	 <p>Είναι οι τετμημένες των σημείων Β, Γ και Δ.</p>	6 μον.
2.2	Είναι οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$ .	3 μον.
2.3	Όλα τα σημεία του άξονα των τεταγμένων κάτω από το σημείο $(0,-4)$ (ή πάνω από το σημείο $(0,8)$ ) που είναι εικόνες των σημείων των οποίων η τετμημένη είναι μικρότερη του $-2$ (ή μεγαλύτερη του $4$ ) για παράδειγμα.	6 μον.
2.4	Όχι, γιατί τότε η $f$ δεν θα ήταν συνάρτηση.	3 μον

## **ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>** (Παλαιογιαννίδης Δημήτριος 1<sup>ο</sup> Πειραματικό Γυμνάσιο Αθηνών)

### **Ερώτημα 1:**

Ας ξεκινήσουμε από το νομό Ημαθίας. Μπορούμε να επιλέξουμε 5 χρώματα για να τον χρωματίσουμε. Για τον πρώτο από τους γειτονικούς νομούς μπορούμε να επιλέξουμε ένα από τα 4 χρώματα που απομένουν. Έτσι έχουμε ήδη χρησιμοποιήσει δύο χρώματα και έχουμε  $5 * 4 = 20$  διαφορετικούς τρόπους χρωματισμού.

(Μονάδες 6)

Για τον επόμενο νομό μένουν 3 χρώματα, οπότε έχουμε  $20 * 3 = 60$  τρόπους χρωματισμού. Για τον τέταρτο νομό μπορούμε να επιλέξουμε ανάμεσα σε 2 χρώματα, οπότε έχουμε  $60 * 2 = 120$  διαφορετικούς τρόπους. Τέλος, για τον πέμπτο νομό θα χρησιμοποιήσουμε το ένα χρώμα που απομένει.

(Μονάδες 5)

Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε ότι η διαδικασία χωρίζεται σε πέντε διαδοχικές φάσεις και να κατασκευάσουμε ένα δενδροδιάγραμμα. Καταλήγουμε λοιπόν ότι προκύπτουν  $5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$  διαφορετικοί τρόποι.

(Μονάδες 4)

### **Ερώτημα 2:**

Για τον πρώτο νομό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε 4 χρώματα, για τον δεύτερο 3 χρώματα, για τον τρίτο 2 χρώματα και για τον τέταρτο το μοναδικό χρώμα που μένει. Επομένως μπορούμε να χρωματίσουμε το χάρτη με  $4 * 3 * 2 * 1 = 24$  διαφορετικούς τρόπους.

(Μονάδες 5)

### **Ερώτημα 3:**

Το πλήθος των ευνοϊκών περιπτώσεων είναι  $N(A)=24$  και το πλήθος των δυνατών περιπτώσεων είναι  $N(\Omega)=120$ . Άρα η πιθανότητα του ενδεχομένου A να χρωματίσουμε το χάρτη με τέτοιο τρόπο ώστε ο νομός Ημαθίας να είναι κίτρινος είναι  $P(A)=24/120=1/5$ .

(Μονάδες 5)

### **Ερώτημα 4:**

Αν χρωματίσουμε με ένα χρώμα το νομό Ημαθίας που βρίσκεται στο κέντρο του χάρτη, ας πούμε το κίτρινο, τότε αυτό το χρώμα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κανένα άλλο νομό. Χρησιμοποιούμε ένα δεύτερο χρώμα, ας πούμε το κόκκινο, για τον πρώτο νομό που συνορεύει με το νομό Ημαθίας, π.χ. το νομό Πέλλας. Τότε για το νομό Θεσσαλονίκης πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα τρίτο χρώμα, ας πούμε το πράσινο. Όμως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το πράσινο χρώμα και για το νομό Κοζάνης και το κόκκινο για το νομό Πιερίας. Μπορούμε λοιπόν να χρωματίσουμε το χάρτη με 3 χρώματα. Με λιγότερα χρώματα αυτό είναι αδύνατο γιατί θα υπάρχουν νομοί που συνορεύουν που θα έχουν χρωματιστεί με το ίδιο χρώμα. Άρα το ελάχιστο πλήθος χρωμάτων που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε είναι 3.

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>** (Μπιτσιτέ Βάια Δ/ντρια Πρότυπου Πειραματικού Γυμνασίου Αγ. Αναργύρων)

1.

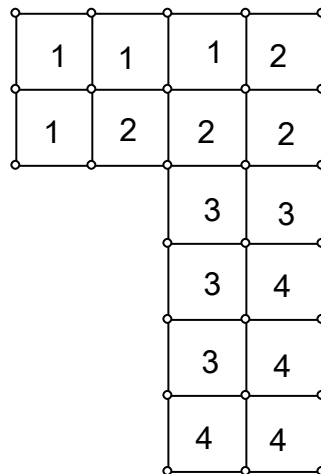
1	1	4	4
1	2	2	4
		2	3
		3	3

(Μονάδες 15)

2. Οι προβολές των οριζοντίων τμημάτων στο 10 δίνουν άθροισμα 10 και των κατακόρυφων 12 . Περίμετρος = Άθροισμα 44.

(Μονάδες 10)

3.



(Μονάδες 15)

**ΤΕΛΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ 3<sup>ου</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ**