ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν ν περιττός η μεσαία παρατήρηση, αν ν άρτιος το ημιάθροισμα των 2 μεσαίων.

Α2. α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Σ

Α3. α) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}\mathrm{d}x$ = lnβ - lnα β) $(g\circ f)'(x) = g'(f(x))\cdot f'(x)$ γ) $\int_{\alpha}^{\beta}c\mathrm{d}x$ = c(β – α)

ΘΕΜΑ Β

Β1. 6 + 5 + 4 + κ + 2κ + 1 = 25 <==> κ = 3

Β2.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος xi	Μαθητές ν i	Αθροιστική Συχνότητα Ni	Σχετική συχνότητα (%) fi%	xi ν i
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	κ = 3	18	12	12
5	2 κ +1 = 7	25	28	35
Σύνολα	ν=25	----	100	75

Β3. $\bar{x} = \frac{\sum x_i\nu_i}{\nu} = \frac{75}{25}$ = 3, δ = t_{13} = 3

Β4. 16 + 12 + 28 = 56%

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}(\alpha x^2+\beta x) = \alpha\cdot 1^2+\beta\cdot 1 = \alpha+\beta$

Γ2. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3})^2-2^2} =$

$= \lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x+3-4} = \lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+}(\sqrt{x+3}+2) = \sqrt{1+3}+2 = \sqrt{4}+2$ = 2 + 2 = 4

Γ3. f(1) = $\alpha+\beta$. Πρέπει: $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$ = f(1) <==> $\alpha+\beta$ = 4 = $\alpha+\beta$ <==> $\alpha+\beta$ = 4 (1)

Αφού η f διέρχεται από το Α(-1, 2) θα είναι f(-1) = 2 <==> $\alpha(-1)^2+\beta(-1) = 2$ <==> $\alpha-\beta$ = 2 (2)

Από (1) , (2) με πρόσθεση έχω 3α = 6 <==> α = 3, οπότε από την (1) β = 1.

ΘΕΜΑ Δ

Έχω f(x) = $3x^2$ - 2x -1 με x∈R.

Δ1. F(x) = $x^3 - x^2$ – x + c. Αφού F(0) = 1 <==> $0^3 - 0^2$ – 0 + c = 1 <==> c = 1. Άρα F(x) = $x^3 - x^2$ – x + 1.

Δ2. F΄(x) = $(x^3 - x^2 - x + 1)'$ = $3x^2$ - 2x -1.

F ΄(x) = 0 <==> $3x^2$ – 2x - 1 = 0 <==> x = 1 ή x = -1/3.

x	-∞	**-1/3**	**1**	+∞
F ΄(x)	+		-	+
F (x)	↗		↘	↗

Η F είναι γ.α στα (-∞, -1/3], [1, +∞) και γ.φ. στο [-1/3, 1]

Στο x = -1/3 η F παρουσιάζει τ.μ. το F(-1/3) = $(-1/3)^3 - (-1/3)^2$ – (-1/3) + 1 = -1/27 – 1/9 + 1/3 + 1 = 32/27.

Στο x = 1 η F παρουσιάζει τ.ε. το F(1) = $1^3 - 1^2$ - 1 + 1 = 0.

Δ3. Στο [1, +∞) η F είναι γ. α. και 1 < 2011 < 2012, άρα F(2011) < F(2012).

Δ4. f(x) = F΄(x) <0 στο [0, 1].

Οπότε Ε= $-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -\int_0^1 F'(x)\mathrm{d}x$ = - [F(1) – F(0)] = - [0 – 1] = 1